



College voor Examen

Werkversie
syllabus wiskunde A havo 2011
bij het conceptexamenprogramma
van cTWO

Oktober 2010

Syllabuscommissie wiskunde A, in opdracht van het College voor Examens

Bert Zwaneveld (Open Universiteit), voorzitter

Nico Alink (SLO), secretaris

Ger Limpens (Cito), toetsdeskundige

Henk Rozenhart (CvE), vaksectie wiskunde A

Marianne Lambriex (NVvW), docent

Grada Fokkens, pilotdocent

Piet Versnel, pilotdocent

Carel van de Giessen (cTWO)

Alle rechten voorbehouden. Alles uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enige andere manier zonder voorafgaande toestemming van de uitgever.

Voorwoord

In het kader van de vernieuwing van het onderwijs in de bètavakken in havo en vwo heeft het ministerie van OCW aan cTWO, de vernieuwingscommissie voor wiskunde, onder meer gevraagd een advies uit te brengen over beproefde examenprogramma's. CTWO heeft daartoe experimentele examenprogramma's opgesteld, die met ingang van het schooljaar 2009/2010 in een pilot op een aantal scholen uitgevoerd worden. Het betreft concept examenprogramma's die niet voor 2014 landelijk worden ingevoerd.

Ter ondersteuning van de voorbereiding op het centraal examen van deze pilot heeft het College voor Examens (CvE) drie syllabuscommissies ingesteld die de opdracht kregen voor elk examenprogramma een specificatie van de in het centraal examen te toetsen domeinen en subdomeinen te formuleren. De syllabi geven in detail aan wat gekend en gekund moet worden en als zodanig in het CE getoetst kan worden. Een syllabus geeft geen aanwijzingen ten aanzien van welke stof op welke manier onderwezen moet worden.

Deze syllabus heeft nog geen definitieve status. Hij dient de scholen die aan de examenexperimenten deelnemen voldoende houvast te bieden bij de pilot waar zij aan deelnemen. Om die reden draagt de syllabus de toevoeging *Werkversie*. De werkversies van de syllabi wiskunde zijn de basis voor de pilot waarin de haalbaarheid, onderwijsbaarheid en toetsbaarheid van de nieuwe examenprogramma's worden onderzocht.

De werkversies van de syllabi wiskunde zijn ook nog niet compleet. Zo ontbreken de voorbeelden van toetsvragen nog, waarmee het karakter van de CE-bevraging bij de nieuwe examenprogramma's wordt geïllustreerd. Op dit terrein moet nog werk worden verzet. Het ligt in de bedoeling deze onderdelen in oktober 2010 (havo) en in januari 2011 (vwo) aan de werkversies van de syllabi toe te voegen.

Ruth Welman
Plv. clustermanager College voor Examens

Inhoudsopgave

Voorwoord	2
Hoofdstuk 1 Inleiding	4
Hoofdstuk 2 Het centraal examen en het schoolexamen	5
Verdeling van de examenstof	5
Hulpmiddelen	5
Vakspecifieke regels correctievoorschrift	5
Hoofdstuk 3 Specificaties van de globale eindtermen voor het CE	6
Domein A: Vaardigheden	6
Domein B: Algebra en tellen (80 slv)	6
Domein C: Verbanden (100 slv)	7
Domein D: Verandering (40 slv)	8
Hoofdstuk 4 Algebraïsche vaardigheden	10
Specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden	10
Algebraïsche vaardigheden, een overzicht	13
Voorbeeldvragen (specifieke en algemene) algebraïsche vaardigheden wiskunde A havo	17
Hoofdstuk 5 Voorbeeldopgaven	19
Bijlage	
1 Examenprogramma voor wiskunde A havo	42
2 Voorbeeldexamenopgaven	44

1. Inleiding

Deze werkversie syllabus geeft informatie ten behoeve van de voorbereiding op het centraal examen wiskunde A havo, met name nadere specificatie van de globale eindtermen van dat deel van het experimentele examenprogramma dat centraal getoetst wordt.

De specificaties voor wiskunde A havo in deze werkversie syllabus zijn opgesteld door de syllabuscommissie wiskunde A. Bij deze specificaties zijn voorbeeldopgaven opgenomen ter verduidelijking. Deze opgaven geven een indicatie van het niveau waarop het programma getoetst kan worden. In het betreffende hoofdstuk 5 wordt daar nader op ingegaan.

De syllabuscommissie heeft bij het opstellen van deze specificaties de uitgangspunten van cTWO en de uitvoerbaarheid van het programma als leidraad genomen. Afstemming met de syllabuscommissies voor wiskunde B en C heeft waar mogelijk plaatsgevonden. De specificaties zijn, daar waar mogelijk en naar het inzicht van de syllabuscommissie wenselijk, onderling in overeenstemming gebracht met die van de ander wiskundevakken, B voor havo, A, B en C voor vwo.

De vernieuwingscommissie cTWO heeft een aantal uitgangspunten geformuleerd voor het examenprogramma havo wiskunde A.

- De *doelgroep* van havo wiskunde A wordt gevormd door leerlingen het profiel EM of het profiel NG kiezen. Leerlingen met het profiel CM kunnen wiskunde A kiezen, mits de school dat aanbiedt.
- Wiskunde A bereidt voor op *vervolgopleidingen* van het hbo in de sociale, economische en biomedische richtingen.
- De *inhoud* van wiskunde A is niet alleen van belang voor vervolgoopleidingen (denk aan functies of statistiek en de bijbehorende algebraïsche en rekenvaardigheden), maar dient ook een meer algemeen doel (denk aan redeneren, argumenteren en kritisch reflecteren).
- Wiskunde A heeft een meer *algemeen vormende waarde* door de leerlingen voor te bereiden op de (informatie)maatschappij en hen te leren in verschillende situaties wiskundige aspecten te herkennen, te interpreteren en te gebruiken. Voor de leerlingen is het van belang zicht te ontwikkelen op de rol van wiskunde in de maatschappij. Daarnaast dienen zij de mogelijkheden van wiskundige toepassingen op waarde te leren schatten. Bij wiskunde A wordt dan ook veel aandacht besteed aan toepassingen.

De leerlingen van de wiskundevakken zetten 'hun' wiskunde in om problemen te analyseren en op te lossen. De verschillen tussen de vakken zitten enerzijds in het type problemen en anderzijds in de mate waarin zij zelfstandig 'hun' wiskunde moeten inzetten.

Bij wiskunde A zijn de problemen altijd in een niet-wiskundige probleemsituatie gesitueerd.

Bij het oplossen van problemen wordt bij wiskunde B een grotere mate van zelfstandigheid van de leerlingen verlangd dan bij wiskunde A. Dat kan bijvoorbeeld door tussenstappen op te nemen in de examenopgaven.

De syllabuscommissie heeft vervolgens als uitgangspunt gehanteerd dat op het centraal examen de opgaven steeds een probleemsituatie aanbieden waarover vragen worden gesteld die betrekking hebben op die situatie en waarbij de kandidaten hun wiskundige kennis en vaardigheden moeten laten zien. Daarbij spelen algebraïsche vaardigheden en rekenvaardigheden een niet onbelangrijke rol. Globaal gesproken moeten de kandidaten bij wiskunde B zelf bij een probleemsituatie de wiskundige formule(s) opstellen binnen het gespecificeerde programma, terwijl de kandidaten bij wiskunde A via tussenstappen daartoe gebracht worden. Vaak zal bij wiskunde A echter de formule die de probleemsituatie beschrijft gegeven zijn, tenzij het om lineaire, exponentiële, rechtevenredige of omgekeerd evenredige verbanden gaat.

In deze syllabus treft u aan

- nadere informatie over het centraal examen (hoofdstuk 2);
- de specificaties van de globale eindtermen die in het centraal examen getoetst dienen te worden (hoofdstuk 3);
- een hoofdstuk over algebraïsche vaardigheden, met voorbeelden (hoofdstuk 4);
- voorbeeldopgaven, behorende bij de subdomeinen van het centraal examen, met correctievoorschrift (hoofdstuk 5);
- het experimentele examenprogramma voor havo wiskunde A (bijlage 1);
- voorbeeldeindexamenopgaven met correctievoorschrift (bijlage 2) **PM**.

2. Het centraal examen en het schoolexamen

2.1 Verdeling van de examenstof

Het centraal examen

Het centraal examen heeft betrekking op de domeinen B, C en D in combinatie met de vaardigheden uit domein A. Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A en

- domein E;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

De toetsing van toepassingsgerichte vaardigheden (onderzoeken, modelleren, ICT-gebruik) is met name gesitueerd binnen het SE en kan profiel- en pakketspecifiek zijn.

In schema:

Domein	in CE	moet in SE	mag in SE
A Vaardigheden	X	X	
B Algebra en tellen	X		X
C Verbanden	X		X
D Verandering	X		X
E Statistiek en kansrekening		X	

Een globale formulering van eindtermen van alle subdomeinen (het examenprogramma) staat in bijlage 1.

Van de (sub)domeinen die in het centraal examen worden getoetst staat een gedetailleerdere beschrijving in hoofdstuk 3.

2.2 Hulpmiddelen

Bij het centraal schriftelijk eindexamen mogen de kandidaten gebruik maken van een grafische rekenmachine. Door het CvE wordt jaarlijks een lijst van toegestane grafische rekenmachines gepubliceerd.

Bij het centraal examen wiskunde A worden geen formules beschikbaar gesteld.

Het College voor Examens publiceert jaarlijks de regeling Rooster en toegestane hulpmiddelen op Examenblad.nl. De toegestane hulpmiddelen voor wiskunde wijken in de pilotsituatie niet af van de hulpmiddelen bij het reguliere centrale examen.

2.3 Vakspecifieke regels correctievoorschrift

significantie

Er wordt van de kandidaten niet verlangd dat zij kennis hebben van de regels voor het aantal significante cijfers. Daarom wordt bij de vragen van het centraal examen aangegeven in welke nauwkeurigheid het antwoord dient te worden gegeven of er wordt genoeg genomen met antwoorden in uiteenlopende aantallen decimalen.

basiskennis

Het examenprogramma bouwt voort op de veronderstelde basiskennis van de onderbouw havo.

ICT

In het centraal examen wordt met ICT de grafische rekenmachine bedoeld.

3. Specificaties van de globale eindtermen voor het CE

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

- 1 De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

De kandidaat kan

- 1.1 doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken.
- 1.2 adequaat schriftelijk, mondeling en digitaal communiceren over onderwerpen uit de wiskunde.
- 1.3 bij het verwerven van vakken en vakvaardigheden reflecteren op eigen belangstelling, motivatie en leerproces.
- 1.4 toepassingen en effecten van wiskunde in het dagelijks leven en in verschillende vervolgopleidingen en beroepssituaties herkennen en benoemen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

- 2 De kandidaat kan een profielspecifieke probleemsituatie in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

De kandidaat kan

- 2.1 een probleemsituatie in de context interpreteren, structureren en vertalen naar een model waarin wiskundig gereedschap kan worden ingezet.
- 2.2 wiskundige methoden toepassen op probleemsituaties, de resultaten van een wiskundige handeling terugvertalen naar de context en daaruit conclusies trekken.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

- 3 De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige, algebraïsche en deductieve vaardigheden en kan de bewerkingen uitvoeren zonder ICT en waar nodig met ICT.

De kandidaat

- 3.1 beheerst de regels van de rekenkunde en algebra zonder ICT.
- 3.2 kan waar nodig ICT inzetten om omvangrijke of rekenintensieve problemen aan te pakken.
- 3.3 kan de correctheid van redeneringen verifiëren.
- 3.4 heeft inzicht in wiskundige notaties en formules en kan daarmee kwalitatief redeneren.
- 3.5 kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren op wiskundige juistheid.
- 3.6 kan op basis van een gegeven probleemsituatie een schatting maken van de uitkomst zonder deze uitkomst exact te berekenen.

Domein B: Algebra en tellen (80 sln)

Subdomein B1: Rekenen

- 4 De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en daarbij gebruik maken van de rekenkundige basisbewerkingen.

De kandidaat kan

- 4.1 berekeningen maken waarbij gebruik gemaakt wordt van verschillende rekenregels, inclusief die van machten en wortels.
- 4.2 berekeningen maken met verhoudingen en breuken.
- 4.3 werken met haakjes en vereenvoudigen door haakjes weg te werken.
- 4.4 gebruik maken van de begrippen absoluut en relatief.
- 4.5 berekeningen met procenten uitvoeren.
- 4.6 de relatie leggen tussen breuken, decimale notatie en afrondingen.

Subdomein B2: Algebra

- 5 De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met variabelen en daarbij gebruik maken van de algebraïsche basisbewerkingen.

De kandidaat kan

- 5.1 berekeningen maken met variabelen waarbij gebruik gemaakt wordt van verschillende rekenregels, inclusief die van machten en wortels.
5.2 berekeningen maken met verhoudingen en vereenvoudigen van breuken met daarin een of meer variabelen.
5.3 werken met haakjes bij variabelen, waaronder het vereenvoudigen door haakjes wegwerken.
5.4 werken met grootheden, samengestelde grootheden en maatsystemen, en maateenheden omrekenen.

Subdomein B3: Telproblemen

- 6 De kandidaat kan telproblemen structureren en schematiseren en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen.

De kandidaat kan

- 6.1 telproblemen structureren en schematiseren met behulp van bijvoorbeeld boomdiagram, wegendiagram of rooster.
6.2 gebruik maken van permutaties en combinaties.

Domein C: Verbanden (100 slu)

Subdomein C1: Tabellen

- 7 De kandidaat kan een tabel opstellen op basis van gegevens uit een tekst, een grafiek, een formule of andere tabellen en tabellen aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere tabellen, grafieken, formules of tekst.

De kandidaat kan

- 7.1 in een situatie de relevante variabelen vaststellen.
7.2 bijzonderheden van een tabel beschrijven met woorden.
7.3 waarden aflezen uit een tabel en daaruit conclusies trekken.
7.4 twee of meer tabellen van eenzelfde variabele vergelijken en conclusies trekken over de situaties die deze tabellen beschrijven.
7.5 een tabel in verband brengen met een grafiek, formule of tekst.
7.6 een tabel opstellen aan de hand van andere tabellen, een grafiek, een formule of een tekst.
7.7 binnen de context een verband, weergegeven door een tabel, doelgericht gebruiken.
7.8 een verband tussen (omgekeerd) evenredige grootheden in een tabel herkennen.

Subdomein C2: Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden

- 8 De kandidaat kan een grafiek tekenen op basis van gegevens uit een tekst, een tabel, een formule of andere grafieken en grafieken aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere grafieken, formules of tekst.

De kandidaat kan

- 8.1 van de volgende typen verbanden: $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = b \cdot g^x$, $y = a \cdot x^n$ (met n positief en geheel), $y = a \cdot x$ (evenredigheid) en $y = \frac{a}{x}$ (omgekeerd evenredigheid) een globale grafiek tekenen zonder ICT.
8.2 in een situatie de relevante variabelen vaststellen.
8.3 bijzonderheden van een grafiek met woorden beschrijven.
8.4 waarden aflezen uit een grafiek en daaruit conclusies trekken.
8.5 een logaritmische schaalverdeling gebruiken.
8.6 een grafiek tekenen aan de hand van andere grafieken, een tabel, een formule of een tekst.
8.7 een grafiek schetsen, interpreteren en ermee redeneren.

- 8.8 twee of meer grafieken vergelijken en conclusies trekken over de situaties die deze grafieken beschrijven.
- 8.9 kenmerken beschrijven van grafieken van verbanden van eenzelfde type, genoemd in 8.1.
- 8.10 snijpunten van grafieken aflezen, berekenen (of benaderen) en interpreteren binnen de gegeven situatie.
- 8.11 conclusies trekken uit grafieken in verband met vergelijkingen en ongelijkheden.
- 8.12 gebieden begrensd door grafieken interpreteren en gebruiken om conclusies te trekken.

Subdomein C3: Formules met één of meer variabelen

- 9 De kandidaat kan door substitutie in een formule met één of meer variabelen waarden berekenen en een formule opstellen of wijzigen op basis van gegeven informatie.

De kandidaat kan

- 9.1 door substitutie in een formule waarden berekenen.
- 9.2 een formule opstellen aan de hand van andere formules.
- 9.3 een formule wijzigen op grond van in een tekst gegeven informatie.
- 9.4 uit een impliciet gegeven verband van de vorm $y \cdot x^n = c$ of $\frac{y}{x^n} = c$ (met n positief en geheel) de variabele y uitdrukken in de variabele x .
- 9.5 een variabele in een formule vervangen door een eenvoudige expressie en het resultaat vereenvoudigen.

Subdomein C4: Lineaire verbanden

- 10 De kandidaat kan bij een lineair verband een formule opstellen en een grafiek tekenen, met lineaire verbanden berekeningen uitvoeren zoals interpolatie en extrapolatie, lineaire vergelijkingen en ongelijkheden oplossen en uitkomsten toepassen in profielspecifieke probleemsituaties.

De kandidaat kan

- 10.1 een verband tussen evenredige grootheden uitdrukken in een formule.
- 10.2 grafieken tekenen en interpreteren bij formules van de vorm $y = ax + b$.
- 10.3 een formule opstellen bij een lineair verband dat in een tabel, grafiek of tekst gegeven is.
- 10.4 vergelijkingen van de vorm $ax + by = c$ herleiden tot de vorm $y = px + q$.
- 10.5 waarden vinden door lineaire interpolatie en extrapolatie.
- 10.6 eerstegraads vergelijkingen en ongelijkheden oplossen en interpreteren binnen de context.
- 10.7 het snijpunt van twee lijnen berekenen en interpreteren binnen de context.
- 10.8 gebieden begrensd door ongelijkheden van de vorm $ax + by \geq c$ tekenen en interpreteren binnen de context.

Subdomein C5: Exponentiële verbanden

- 11 De kandidaat kan exponentiële verbanden herkennen, met formules beschrijven, in grafieken weergeven en er berekeningen aan uitvoeren.

De kandidaat kan

- 11.1 vaststellen of een groeiproces bij benadering exponentieel verloopt.
- 11.2 met beginwaarde, groeifactor, groeipercentage, halveringstijd en verdubbelingstijd berekeningen uitvoeren.
- 11.3 een formule opstellen bij een exponentieel verband tussen twee grootheden.
- 11.4 grafieken tekenen en interpreteren bij formules van het type $y = b \cdot g^x$.

Domein D: Verandering (40 sluis)

Subdomein D1: Helling

- 12 De kandidaat kan over een grafiek uitspraken doen over stijgen, dalen, maximum en minimum en kan veranderingen beschrijven middels differenties, hellingen en toenamedigrammen.

De kandidaat kan

- 12.1 vaststellen op welke intervallen er sprake is van een constant, een stijgend of een dalend verloop van een grafiek.
- 12.2 vaststellen of een stijging/daling toenemend of afnemend is.
- 12.3 vaststellen of er maxima en/of minima zijn en uit een tabel of grafiek aflezen hoe groot deze zijn.
- 12.4 veranderingen beschrijven en vergelijken met behulp van verschillen en gemiddelde veranderingen.
- 12.5 een toenamediaagram bij een gegeven grafiek of tabel tekenen en daaruit conclusies trekken.

4. Algebraïsche vaardigheden

In dit hoofdstuk worden de eisen wat betreft algebraïsche vaardigheden beschreven voor de examenkandidaten wiskunde havo en vwo, voor de programma's wiskunde C (alleen vwo), wiskunde A en wiskunde B. De syllabuscommissies vinden het nodig voor algebra de overeenkomsten en verschillen voor deze vakken zo duidelijk mogelijk te omschrijven. Enkele argumenten hiervoor zijn:

- docenten (en leerlingen) moeten een helder beeld hebben van de eisen die per vak worden gesteld aan het beheersen van algebraïsche vaardigheden,
- het vervolgonderwijs moet duidelijk worden gemaakt op welke vaardigheden mag worden gerekend, gegeven de beperkte tijd die beschikbaar is voor het wiskundeonderwijs.

In paragraaf 4.1 gaan we in op specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden en de rol die de rekenmachine hierbij speelt. In paragraaf 4.2 staat de lijst van specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden. Per programma, havo A, havo B, vwo C, vwo A en vwo B, is aangegeven welke vaardigheden van toepassing zijn. In paragraaf 4.3 geven we specifiek voor wiskunde A van de havo een aantal voorbeelden van de specifieke algebraïsche vaardigheden die in sommige gevallen ontleend zijn aan opgaven in deze syllabus of aan 'oude' examenopgaven.

In de syllabi voor wiskunde A en B van het vwo is in bijlage 2 de lijst formules opgenomen zoals die bij het betreffende eindexamen wordt afgedrukt. Bij de eindexamens wiskunde voor havo A en B en voor vwo wiskunde C wordt geen lijst met formules afgedrukt.

4.1 Specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden

Algebraïsche vaardigheden zijn geen doel in zichzelf, maar onderdeel van wiskundige activiteiten. Door algebraïsche expressies te bewerken kunnen we bijvoorbeeld de juistheid van beweringen aantonen, kunnen we het rekenwerk vaak vereenvoudigen en kunnen we vergelijkingen zo herschrijven dat ze exact zijn op te lossen.

Om verder te verduidelijken wat van de examenkandidaten wordt verwacht maken we een onderscheid tussen specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden.

Specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden

Bij *specifieke* algebraïsche vaardigheden gaat het om parate kennis en het vlot kunnen toepassen van de bijbehorende vaardigheden op de voorkomende algebraïsche expressies. Deze vaardigheden hebben betrekking op algoritmisch werken en algebraïsch rekenen. Het gaat hier bijvoorbeeld om kennis en gebruik van rekenregels, inclusief het werken met haakjes, bij het invullen van getallen of variabelen in een expressie en het gebruik van algoritmen om een vergelijking op te lossen.

Bij *algemene* algebraïsche vaardigheden spelen aspecten als aanpak, globale strategie, het herkennen van structuren en methoden, en doelgerichtheid een rol. Leerlingen moeten de structuur van een expressie kunnen herkennen, moeten kwalitatief kunnen redeneren aan de hand van een formule (zoals stijgen/dalen, symmetrie en asymptotisch gedrag), moeten een formule kunnen opstellen door het generaliseren van getallenvoorbeelden of het combineren van bekende formules, moeten verbanden zien tussen de verschillende representaties van een functie en moeten kunnen wisselen tussen 'betekenisloos manipuleren' en betekenis toekennen aan de variabelen en parameters. Bij deze algemene algebraïsche vaardigheden wordt een beroep gedaan op de denkactiviteiten zoals genoemd in het visiedocument van cTWO.

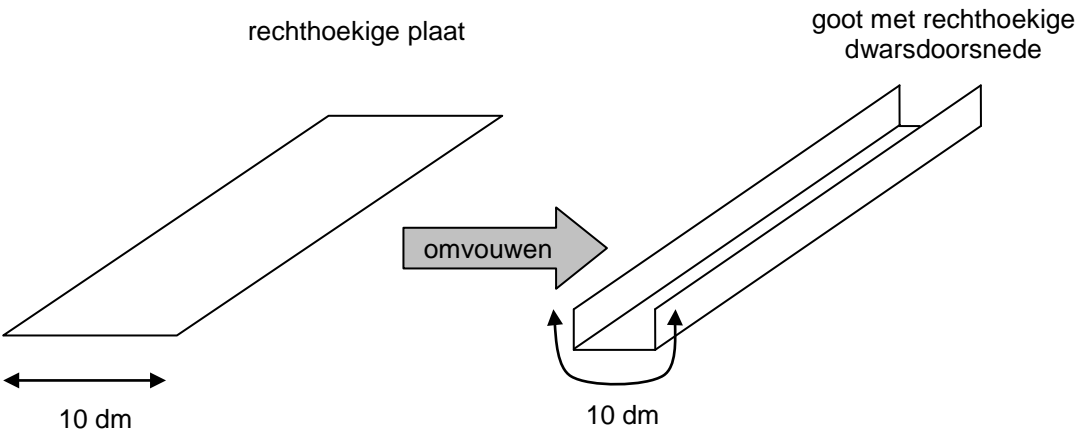
Samenvattend zijn de specifieke vaardigheden die vaardigheden waarvan wordt verwacht dat de examenkandidaat deze snel en geroutineerd kan uitvoeren, terwijl voor de algemene vaardigheden de examenkandidaat in staat moet zijn met inzicht en vooruit denkend te handelen.

Gebruik van de GR

Bij wiskunde C en wiskunde A is het gebruiken van wiskundig gereedschap bedoeld om contextproblemen mee te analyseren en op te lossen. Omdat in toepassingen veelal met benaderde waarden van grootheden wordt gewerkt, ligt het niet voor de hand om exacte antwoorden te eisen. In veel gevallen zal de GR daarbij zinvol kunnen worden ingezet. Daar waar de nadruk ligt op globale, meestal kwalitatieve redeneringen wordt eventueel gebruik van de GR niet beloond via de normering. Bij wiskunde B daarentegen zullen zeker ook exacte wiskundige modellen voorkomen die met behulp van algebra moeten worden opgelost. Ook hier wordt eventueel gebruik van de GR niet beloond via de normering.

Per vak zullen de eisen met betrekking tot specifieke vaardigheden verschillen: bij wiskunde B zal het repertoire aan parate kennis en vaardigheden groter zijn dan bij wiskunde C of A. Ook het aantal denk- of rekenstappen om tot een oplossing te komen, zal bij wiskunde B groter kunnen zijn. In de volgende voorbeelden proberen we deze verschillen tussen wiskunde A, B en C te illustreren.

Voorbeeldopgave 1 (vwo)
<p>Wiskunde B: Gegeven is de formule $G = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$, waarbij I_0 een constante is.</p> <p>Hoe verandert de waarde van G als I twee keer zo groot wordt? Bewijs je uitspraak.</p>
<p>Wiskunde A: Het geluidsniveau G (in dB) is afhankelijk van de intensiteit I van het geluid (in W/m^2). Het verband wordt gegeven door de formule $G = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$.</p> <p>a. Toon aan dat de formule te herschrijven is tot $G = 10 \cdot \log(I) + 120$.</p> <p>Als I verdubbeld wordt, dan zal G (ongeveer) 3 groter worden.</p> <p>b. Toon dit aan door de formules $G = 10 \cdot \log(2I) + 120$ en $G = 10 \cdot \log(I) + 120$ te vergelijken.</p>
<p>Wiskunde C: Het geluidsniveau G (in dB) is afhankelijk van de intensiteit I van het geluid (in W/m^2). Het verband wordt gegeven door de formule $G = 10 \cdot \log(I) + 120$.</p> <p>Onderzoek door middel van getallenvoorbeelden hoe G verandert als I verdubbeld wordt.</p>
<p>Bij alle vakken (wiskunde A, B en C) kan ook een formule voor I uitgedrukt in G, gevraagd worden.</p>

Voorbeeldopgave 2 (havo en vwo)
<p>Van een lange rechthoekige plaat met een breedte van 10 dm wordt aan weerszijden een even brede rand omgevouwen zodat een goot ontstaat met een rechthoekige dwarsdoorsnede. Zie de tekening.</p> 
<p>Wiskunde B:</p> <p>a. Bereken hoe groot de oppervlakte van de dwarsdoorsnede maximaal kan zijn. Voor de volgende vraag heeft de lange rechthoekige plaat een breedte van a (in dm).</p> <p>b. Bereken hoe de maximale oppervlakte van de dwarsdoorsnede afhangt van a.</p>
<p>Wiskunde A:</p> <p>a. Toon aan dat de oppervlakte A van de dwarsdoorsnede gelijk is aan $A = 10x - 2x^2$ (x in dm en A in dm^2), waarbij x de hoogte is van de goot.</p> <p>b. Bereken de maximale oppervlakte van de dwarsdoorsnede. (eventueel: Bereken met behulp van de afgeleide de maximale oppervlakte)</p>

Wiskunde C:

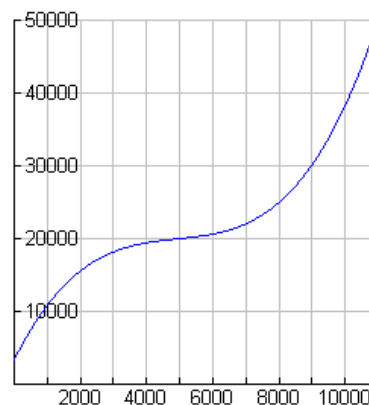
In de tabel hieronder zie je het verband tussen de hoogte x van de goot en de oppervlakte van de dwarsdoorsnede.

Hoogte x (in dm)	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	
Oppervlakte (in dm ²)	8	9,12	10,08	10,88	11,52	12	12,32	

- Bereken de oppervlakte bij een hoogte van $x = 2,6$.
- Maak een formule voor de oppervlakte van de dwarsdoorsnede, uitgedrukt in x .
- Onderzoek, met tabel of formule, bij welke hoogte de oppervlakte van de dwarsdoorsnede maximaal is.

Voorbeeldopgave 3 (havo)

In een bedrijf dat verpakkingen produceert wordt het verband tussen de totale kosten TK (in euro's) en het aantal geproduceerde verpakkingen q gegeven door de functie $TK = 0,00000012q^3 - 0,00177q^2 + 9,2q + 3250$.
Hiernaast zie je de grafiek van TK .

**Wiskunde B:**

- Toon aan met behulp van de afgeleide dat TK stijgt tussen $q = 0$ en $q = 10\,000$.

De gemiddelde kosten GK worden berekend met de formule $GK = \frac{TK}{q}$.

- Bereken GK voor $q = 10\,000$ met behulp van de formule en geef aan hoe je GK kunt aflezen uit de grafiek.
- De formule voor GK is te herschrijven in de vorm $GK = a \cdot q^2 + b \cdot q + c + d \cdot q^{-1}$. Geef a , b , c en d .
- Bereken met behulp van de afgeleide voor welke waarde van q de gemiddelde kosten minimaal zijn. Geef aan hoe je dit minimum uit de grafiek kunt aflezen.

Wiskunde A:

De gemiddelde kosten GK worden berekend met de formule $GK = \frac{TK}{q}$.

- Bereken GK voor $q = 10\,000$ met behulp van de formule.
- Bereken de minimale gemiddelde kosten.^(*)

De formule van GK kan geschreven worden in de vorm: $GK = F + \frac{3250}{q}$ waarbij F een formule is die hoort bij een tweedegraads verband.

- Geef de formule voor F .

^(*) Leerlingen mogen dit dus met de GR bepalen

4.2 Algebraïsche vaardigheden, een overzicht

In het volgende overzicht hanteren we het in paragraaf 4.1 beschreven onderscheid in specifieke en algemene vaardigheden. De algebraïsche vaardigheden moeten in samenhang met het betreffende programma worden gelezen. De opsomming is indicatief.

Vervolgens worden in paragraaf 4.3 bij een aantal categorieën korte voorbeelden gegeven waaruit valt af te lezen welke specifieke vaardigheden van een kandidaat worden verwacht.

Bij de onderstaande opsomming van specifieke vaardigheden geldt zeker dat een deel (wellicht alleen in zijn grondvorm) reeds bekend verondersteld mag worden vanuit de onderbouw. Denk bijvoorbeeld aan de voorrangsregels en het werken met haakjes, eenvoudige breukvormen en wortels.

Op de plaats van A , B , C en D in de volgende tabel kunnen ook eenvoudige expressies staan,

zoals $ax+b$, $\frac{a}{x}$ en x^2 .

Niet aan de orde komen de regels die horen bij het differentiëren.

De vaardigheden genoemd bij categorieën A t/m D moeten in beide richtingen kunnen worden uitgevoerd, tenzij anders is vermeld.

Beperkende voorwaarden zoals bijvoorbeeld: noemers van breuken zijn ongelijk 0, vormen onder worteltekens zijn groter dan of gelijk aan 0, zijn niet altijd vermeld.

Specifieke vaardigheden		havo		vwo		
		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
A. Breukvormen	1. $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD+BC}{BD}$	x	x	x	x	x
	2. $\frac{A}{B} + C = \frac{A+BC}{B}$	x	x	x	x	x
	3. $A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C} = \frac{A}{C} \cdot B = A \cdot B \cdot \frac{1}{C}$	x	x	x	x	x
	4. $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$	x	x	x	x	x
	5. $\frac{A}{\frac{B}{C}} = \frac{A \cdot C}{B}$	x	x	x	x	x
B. Wortelvormen	1. $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ mits $A, B \geq 0$	x	x	x	x	x
	2. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ mits $A \geq 0, B > 0$	x	x	x	x	x
C. Bijzondere producten	1. haakjes wegwerken en ontbinden in factoren: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ havo A, vwo A en vwo C: alleen haakjes wegwerken	x	x	x	x	x
	2. $(A+B)(C+D) = AB + AD + BC + BD$	x	x	x	x	x
	3. $A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$		x			x
	4. $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$		x			x
	5. kwadraat afsplitsen: $x^2 + px + q$ schrijven in de vorm $(x+r)^2 + s$		x			x

Specifieke vaardigheden		havo		vwo		
		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
D. Machten en logaritmen	1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$	x	x	x	x	x
	2. $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$	x	x	x	x	x
	3. $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$	x	x	x	x	x
	4. $(ab)^p = a^p \cdot b^p$	x	x	x	x	x
	5. $\frac{1}{a^p} = a^{-p}$	x	x	x	x	x
	6. $\sqrt[p]{a} = a^{\frac{1}{p}}$ met p positief en geheel		x	x	x	x
	7. ${}^s \log(a) + {}^s \log(b) = {}^s \log(a \cdot b)$		x		x	x
	8. ${}^s \log(a) - {}^s \log(b) = {}^s \log\left(\frac{a}{b}\right)$		x		x	x
	9. ${}^s \log(a^p) = p \cdot {}^s \log(a)$		x		x	x
	10. ${}^s \log(a) = \frac{p \log(a)}{p \log(g)}$ vwo C: alleen $p = 10$		x	x	x	x
	11. ${}^s \log(a) = \frac{\ln(a)}{\ln(g)}$				x	x
E. Goniometrie	voor formules zie betreffende domein		x			x
F. Herleidingen uitvoeren aan de hand van de elementen genoemd bij A tot en met D	1. via substitutie van getallen	x	x	x	x	x
	2. via substitutie van expressies	x	x	x	x	x
	3. via het omwerken van formules	x	x	x	x	x
G. Vergelijkingen oplossen met behelp van algemene vormen	1. $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ of $B = 0$	x	x	x	x	x
	2. $A \cdot B = A \cdot C \Leftrightarrow A = 0$ of $B = C$ vwo C en havo A: $A \cdot B = A \cdot C, A \neq 0 \Rightarrow B = C$	x	x	x	x	x
	3. $\frac{A}{B} = C \Leftrightarrow A = B \cdot C$	x	x	x	x	x
	4. $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow A \cdot D = B \cdot C$	x	x	x	x	x
	5. $A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = B$ of $A = -B$		x		x	x
	6. $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow A = B^2$ mits $A, B \geq 0$	x	x	x	x	x

Specifieke vaardigheden		havo		vwo		
		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
H. Vergelijkingen oplossen via algoritmen	1. eerstegraadsvergelijkingen $ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$	x	x	x	x	x
	2. tweedegraadsvergelijkingen abc-formule $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$		x			x
	3. $x^n = c \Rightarrow x = c^{\frac{1}{n}}$ als n oneven is	x	x	x	x	x
	$x^n = c \Rightarrow x = c^{\frac{1}{n}}$ of $x = -c^{\frac{1}{n}}$ als n even is	x	x	x	x	x
	4. $g^x = a \Rightarrow x = {}^g\log(a)$		x	x	x	x
	5. $e^x = a \Rightarrow x = \ln(a)$				x	x
	6. ${}^s\log(x) = b \Rightarrow x = g^b$		x	x	x	x
	7. $\ln(x) = b \Rightarrow x = e^b$				x	x
8. $ x = c \Rightarrow x = c$ of $x = -c$					x	
I. Vergelijkingen oplossen met behulp van standaardfuncties	1. $f(A) = c$		x			x
	2. $f(A) = f(B)$		x			x
K. Vergelijkingen en ongelijkheden van het type $f(x) = g(x)$ resp. $f(x) \geq g(x)$ oplossen	1. grafisch, waaronder ICT	x	x	x	x	x
	2. exact, indien f en g lineair zijn	x	x	x	x	x
	3. vergelijkingen en ongelijkheden die niet vallen onder 2. exact, indien mogelijk		x		x	x

Algemene vaardigheden		havo		vwo		
		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
L. Formules opstellen	1. door variabelen te kiezen bij een probleemsituatie	x	x	x	x	x
	2. van standaardfunctie					
	a. eerstegraads/lineaire functie	x	x	x	x	x
	b. tweedegraadsfunctie		x		x	x
	c. exponentiële functie	x	x	x	x	x
	d. logaritmische functie		x		x	x
	e. goniometrische functie		x		x	x
	f. machtsfunctie		x		x	x
	g. absolute waarde functie					x
	3. door generaliseren via getallenvoorbeelden	x	x	x	x	x
4. door schakelen van formules	x	x	x	x	x	
M. Expressies herkennen	1. vaststellen of een (deel)expressie behoort tot een van de volgende families					
	a. eerstegraads/lineaire functies	x	x	x	x	x
	b. tweedegraadsfuncties	x	x	x	x	x
	c. exponentiële functies	x	x	x	x	x
	d. logaritmische functies		x	x	x	x
	e. goniometrische functies		x		x	x
	f. machtsfuncties	x	x	x	x	x
	2. structuur van een expressie vaststellen	x	x	x	x	x
3. rol van een voorkomende parameter bepalen	x	x		x	x	
N. Karakteristieken bepalen	kwalitatief redeneren over expressies of delen daarvan met betrekking tot karakteristieken als					
	a. uiterste waarden	x	x	x	x	x
	b. stijgen of dalen	x	x	x	x	x
	c. symmetrie		x		x	x
	d. asymptotisch gedrag	x	x	x	x	x
O. Algebraïsche expressies reduceren en representeren	1. complexe delen van een expressie vervangen door 'plaatsvervangers' zodat herkenbare expressies ontstaan	x	x		x	x
	2. flexibel kunnen wisselen tussen betekenis toekennen aan symbolen en betekenisloos kunnen manipuleren		x			x
	3. flexibel verschillende representaties van functies (formule, tabel, grafiek) kunnen inzetten en tussen deze representaties kunnen wisselen	x	x	x	x	x

4.3 Voorbeeldvragen (specifieke en algemene) algebraïsche vaardigheden wiskunde A havo

Hieronder worden voorbeeldvragen gegeven die de algebraïsche vaardigheden illustreren. Deze vaardigheden worden binnen een context getoetst. Een aantal van deze voorbeelden is afkomstig uit de voorbeeldopgaven uit hoofdstuk 5, aangevuld met voorbeelden uit de syllabus 2011.

De opsomming hieronder is indicatief en gekoppeld aan de indeling van de vaardigheden in de vorige paragraaf.

Sommige voorbeelden komen bij meerdere categorieën voor, zij spelen in op meerdere vaardigheden.

Categorie A. Breukvormen
1. Ontleend aan opgave A (Gewicht) van hoofdstuk 5, vraag 2. Gegeven zijn de formules $G = 100 \cdot L - 110$ en $BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G$ Druk BMI uit in L . Schrijf het antwoord als één breuk.
2. Ontleend aan opgave C (Verpakkingen) van hoofdstuk 5, vraag 6. Gegeven is de formule voor de totale kosten $TK = 0,00000012q^3 - 0,00177q^2 + 9,2q + 3250$. De formule voor de gemiddelde kosten is van de vorm $GK = F + \frac{3250}{q}$. Hierin is F een formule van een tweedegraads (of kwadratisch) verband. Geef de formule van F .
Categorie B. Wortelvormen
1. Herleid $\sqrt{5} \cdot \sqrt{t-12}$ tot één wortelvorm.
2. Herleid $\frac{\sqrt{144N}}{\sqrt{N}}$ zo ver mogelijk.
C. Bijzondere producten
1. Herleid zo ver mogelijk: $(x+2)(x+5)$.
2. Schrijf zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk: $(3,14t + 0,36)(0,32t - 2,71)$.
D. Machten en logaritmen
1. Ontleend aan opgave C (Verpakkingen) van hoofdstuk 5, vraag 6. Gegeven is de formule voor de totale kosten $TK = 0,00000012q^3 - 0,00177q^2 + 9,2q + 3250$. Uit de formule van TK kan een formule van GK worden afgeleid. Deze formule heeft de vorm: $GK = F + \frac{3250}{q}$. Hierin is F een formule van een tweedegraads (of kwadratisch) verband. Geef de formule van F .
F. Herleidingen uitvoeren
1. Ontleend aan opgave A (Gewicht) van hoofdstuk 5, vraag 2. Gegeven zijn de formules $G = 100 \cdot L - 110$ en $BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G$. Druk BMI uit in L . Schrijf het antwoord als één breuk.
2. Ontleend aan opgave B (Vliegen en zwemmen) van hoofdstuk 5, vraag 4. Laat zien dat uit $\frac{f \cdot d}{v} = 0,3$ en $v = 15$ volgt dat $f = \frac{4,5}{d}$.
3. Ontleend aan opgave C (Verpakkingen) van hoofdstuk 5, vraag 6. Gegeven is de formule voor de totale kosten $TK = 0,00000012q^3 - 0,00177q^2 + 9,2q + 3250$. Uit de formule van TK kan een formule van GK worden afgeleid. Deze formule heeft de vorm: $GK = F + \frac{3250}{q}$. Hierin is F een formule van een tweedegraads (of kwadratisch) verband. Geef de formule van F .

<p>4. Ontleend aan syllabus wiA vwo 2010, voorbeeld 6. Het verband tussen de diameter en de leeftijd van korstmoss kan bij benadering worden beschreven met de formule $D = 6,9 \cdot \sqrt{T - 12}$, waarbij T de leeftijd is in jaren en D de diameter in mm. Schrijf deze formule zo dat T wordt uitgedrukt in D.</p>
<p>G. Vergelijkingen oplossen met behulp van algemene vormen</p> <p>1. Ontleend aan opgave B (Vliegen en zwemmen) van hoofdstuk 5, vraag 1. Gegeven zijn de formule $\frac{f \cdot d}{v} = 0,3$ en verder $d = 0,08$ en $v = 13,5$. Bereken f.</p>
<p>2. Ontleend aan syllabus wiA havo 2011. Tot nu toe ging het over toetsen met 40 vierkeuzevragen. Zo'n toets kan ook een ander aantal vragen hebben. De volgende formule is dan handig: $C = 12 \cdot \frac{G}{V} - 2$. In deze formule is * C het cijfer. Als C lager dan 1 uitkomt, wordt het cijfer een 1; * G het aantal goed beantwoorde vragen; * V het aantal vragen van de toets. Een klasgenoot van Arina moet een toets inhalen. Hij vraagt aan Arina uit hoeveel vragen de toets bestond. Arina herinnert zich dat niet meer. Zij weet nog wel dat zij er 42 goed had met als resultaat een 7,7. Bereken het aantal vragen van deze toets.</p>
<p>3. Gegeven is de formule $H = (2,1t + 4,4)(3t - 2,7)$. Bereken de waarde van t waarvoor H gelijk is aan nul.</p>
<p>H. Vergelijkingen oplossen met behulp van algoritmen</p> <p>1. Ontleend aan opgave D (Het HABOG) van hoofdstuk 5, vraag 4. Op grafiekpapier met een logaritmische schaalverdeling is de grafiek een rechte lijn. Zie de grafiek bij deze opgave. Dit betekent dat men uitgegaan is van een vast rentepercentage per jaar gedurende de gehele looptijd. Bereken dat percentage.</p>
<p>K. Vergelijkingen en ongelijkheden oplossen</p> <p>1. Ontleend aan syllabus wiA HAVO 2011. Gegeven zijn de volgende twee formules voor het ideale gewicht voor vrouwen: $G = L - 110$ en $G = 45,4 + 0,89(L - 152,4)$. Er is precies één waarde van L waarbij de twee formules dezelfde uitkomst opleveren. Bereken deze waarde van L.</p>
<p>2. Ontleend aan syllabus wiA HAVO 2011. Een autoverhuurbedrijf berekent de prijs voor een dag autoverhuur met de formule $P_1 = 40 + 0,56k$. Een tweede bedrijf berekent de huurprijs volgens $P_2 = 64 + 0,40k$. P_1 resp. P_2 is de prijs in euro's en k is het aantal gereden kilometers. Bereken bij welke afstand de bedrijven even duur zijn.</p>
<p>3. Ontleend aan syllabus wiA HAVO 2011. Een fabrikant verkoopt vazen voor 5 euro per stuk. Bij het maken van de vazen berekent hij zijn kosten per dag volgens de formule $K = 1600 + 3v$. Hierin is K de kosten in euro's en v het aantal geproduceerde vazen. Bereken vanaf welk aantal verkochte vazen de fabrikant winst maakt.</p>

5. Voorbeeldopgaven

In dit hoofdstuk treft u een aantal voorbeeldopgaven aan waarin een beeld wordt geschetst van de wijze waarop de (sub)domeinen van het examenprogramma kunnen worden getoetst binnen contexten. De opgaven zijn bewerkingen van oude examenopgaven, aangepast aan de inhoud van de subdomeinen uit het onderhavige examenprogramma, voor zover dat deel uit maakt van het CE. Aan het eind van dit hoofdstuk zijn korte uitwerkingen van deze opgaven opgenomen.

De opgaven en de afzonderlijke deelvragen zijn zorgvuldig gescreend met de specificaties van het examenprogramma. In de tabel op de volgende pagina wordt aangegeven op welke (sub)domeinen de afzonderlijke vragen betrekking hebben.

De opgaven geven op adequate wijze het relevante en haalbare niveau van het examenprogramma weer.

Kandidaten die deze opgaven kunnen maken zijn goed voorbereid op het examen; kunnen ze dat matig of niet dan zullen ze er nog eens stevig aan moeten werken.

Het betreft de volgende opgaven.

	Opgave	Bron
A	Gewicht	Syllabus wiA HAVO 2011
B	Vliegen en zwemmen	examen wiA1,2 havo 2007, 2 ^e tijdvak
C	Verpakkingen	examen wiA1,2 havo 2006, 1 ^e tijdvak
D	Het HABOG	examen wiA1,2 havo 2005, 2 ^e tijdvak
E	KIX	examen wiA1,2 havo 2004, 2 ^e tijdvak
F	File	examen wiA1,2 havo 1998, 2 ^e tijdvak

Subdomeinen	opgaven met vragen					
	A	B	C	D	E	F
A1 Algemene vaardigheden De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gerichte informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.						
A2 Profielspecifieke vaardigheden De kandidaat kan een profielspecifieke probleemsituatie in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.						
A3 Wiskundige vaardigheden De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige, algebraïsche en deductieve vaardigheden en kan bewerkingen uitvoeren zonder ICT en waar nodig met ICT.						
B1 Rekenen De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en daarbij gebruik maken van de rekenkundige basisbewerkingen.	1			1 2 4	1 2 3	1 2 3
B2 Algebra De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met variabelen en daarbij gebruik maken van de algebraïsche basisbewerkingen.	2	2 4 5	6			
B3 Telproblemen De kandidaat kan telproblemen structureren en schematiseren en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen					1 2 3	
C1 Tabellen De kandidaat kan een tabel opstellen op basis van gegevens uit een tekst, een grafiek, een formule of andere tabellen en tabellen aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere tabellen, grafieken, formules of tekst.	5					3 4
C2 Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden De kandidaat kan een grafiek tekenen op basis van gegevens uit een tekst, een tabel, een formule of andere grafieken en grafieken aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere grafieken, formules of tekst.	4 5	3 5 6	1 4	4		4
C3 Formules met één of meer variabelen De kandidaat kan door substitutie in een formule met één of meer variabelen waarden berekenen en een formule opstellen of wijzigen op basis van gegeven informatie.	1 2 5	1 2	5			
C4 Lineaire verbanden De kandidaat kan bij een lineair verband een formule opstellen en een grafiek tekenen, met lineaire verbanden berekeningen uitvoeren zoals interpolatie en extrapolatie, lineaire vergelijkingen en ongelijkheden oplossen en uitkomsten toepassen in profielspecifieke probleem situaties.	3 4		3			5
C5 Exponentiële verbanden De kandidaat kan exponentiële verbanden herkennen, met formules beschrijven, in grafieken weergeven en er berekeningen aan uitvoeren.				1 2 3 4		5
D1 Helling De kandidaat kan over een grafiek uitspraken doen over stijgen, dalen, maximum en minimum en kan veranderingen te beschrijven middels differenties, hellingen en toenamedigrammen.			2			

A Gewicht

Wat voor iemand een gezond gewicht is, hangt (onder andere) af van de lichaamslengte. In de literatuur vind je verschillende methoden om het gewicht te bepalen aan de hand van de lichaamslengte.

Een van die methoden levert als ideaal gewicht voor vrouwen:

$$G = 100 \cdot L - 110$$

We noemen dit even formule (1).

In deze formule is het gewicht G in kilogrammen en de lengte L in meters.

Naast verschillende formules die een verband aangeven tussen het (ideale) gewicht en de lengte, maakt men ook vaak gebruik van de Body Mass Index, de BMI .

De formule voor de BMI ziet er als volgt uit: $BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G$

Ook in deze formule is G in kg en L in m.

- 3p **1** Bereken de BMI van een vrouw die 176 cm lang is en het ideale gewicht heeft volgens formule (1).

Wanneer een vrouw een ideaal gewicht heeft dat voldoet aan de formule (1), kunnen we de formule voor de BMI zo schrijven dat deze alleen nog afhangt van de lengte L .

- 3p **2** Schrijf op hoe de formule voor de BMI er dan uit ziet. Schrijf het antwoord als één breuk.

Volwassenen hebben geen invloed meer op hun lengte. Wel kunnen ze proberen hun gewicht te veranderen door bijvoorbeeld een dieet te gaan volgen. Dat is soms wel aan te raden want mensen met een te hoge BMI lopen grotere gezondheidsrisico's. Deskundigen gaan er van uit dat volwassenen 'gezond' zijn wanneer hun BMI ligt tussen 20 en 25.

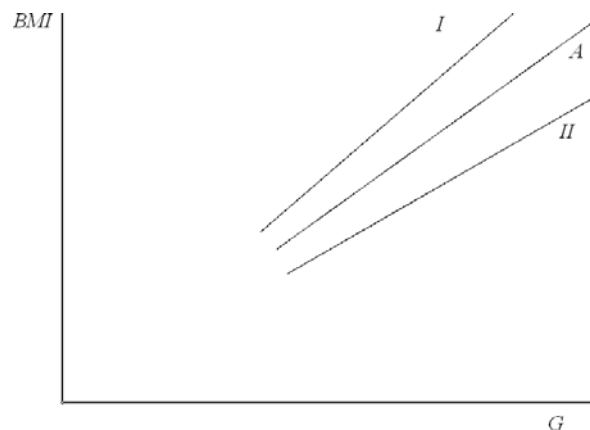
Een volwassen man is 185 cm lang.

- 4p **3** Bereken hoe zwaar deze man mag zijn om volgens de hierboven genoemde omschrijving 'gezond' te zijn.

Bij iedere volwassene van wie we de lengte weten, hangt de BMI dus nog alleen af van het gewicht G . We kunnen dan de grafiek tekenen van de BMI afhankelijk van G . In figuur 1 zie je van enkele volwassenen de (globale) grafiek van hun BMI . De 'middelste' grafiek hoort bij persoon A, die 170 cm lang is.

Een van de andere twee grafieken (I of II) hoort bij persoon B die 190 cm lang is.

figuur 1



- 5p **4** Onderzoek welke van de grafieken I en II bij persoon B hoort. Geef een duidelijke toelichting op je antwoord.

De formule voor de *BMI* luidt: $BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G$. De laagste waarde van de *BMI* die hoort bij een

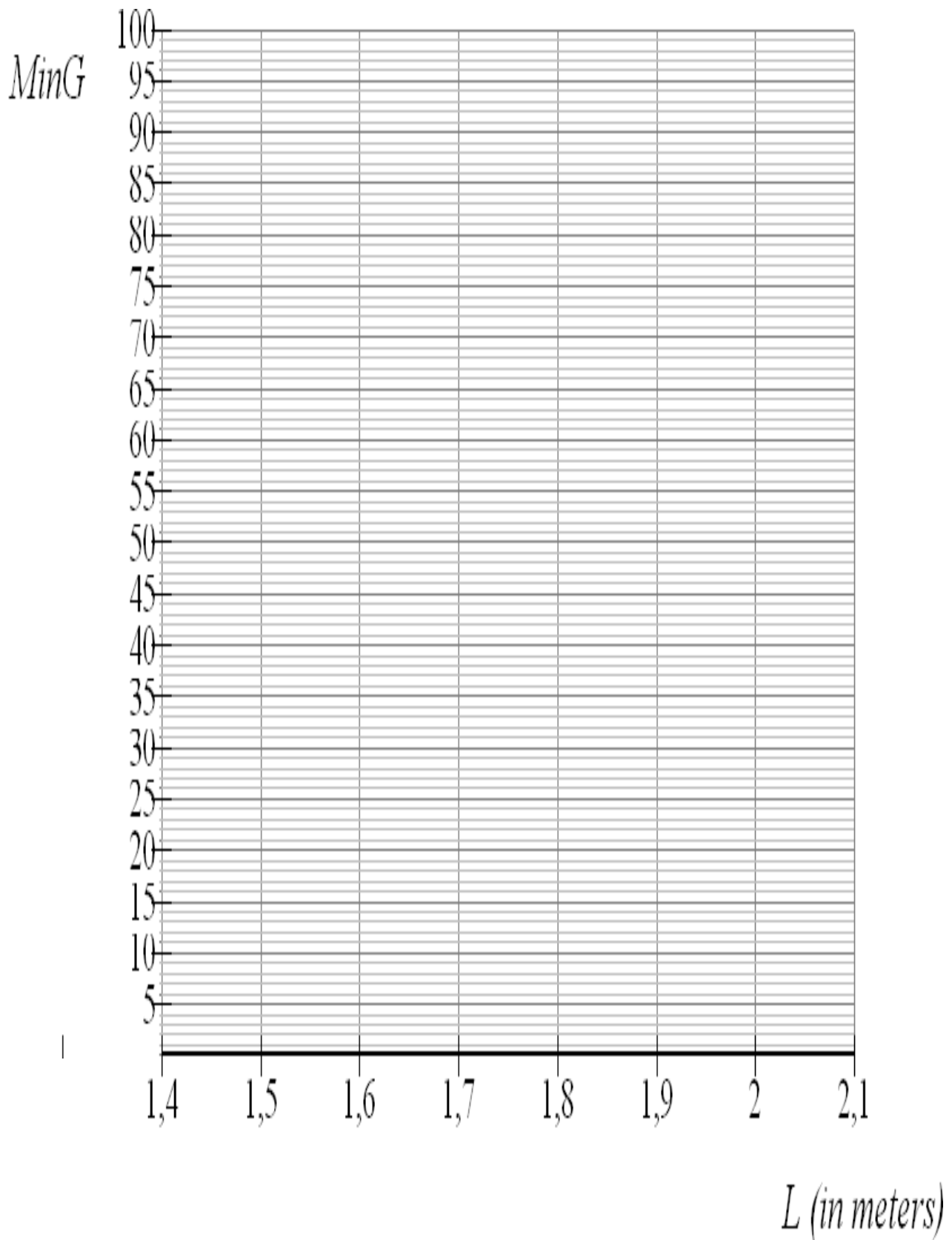
'gezond' gewicht, is, zo hebben we gezien, dus 20.

Een diëtiste wil een nauwkeurige grafiek maken waaruit ze voor haar cliënten onmiddellijk kan aflezen hoe groot het gewicht ten minste moet zijn dat ze haar cliënten moet adviseren als gezond gewicht.

Dat 'minimale gezonde gewicht' *MinG* hangt volgens de *BMI*-formule af van de lengte *L* van de cliënt.

7p **5** Teken die nauwkeurige grafiek op de uitwerkbijlage en leg uit hoe je deze getekend hebt.

UITWERKBIJLAGE BIJ GEWICHT, VRAAG 5

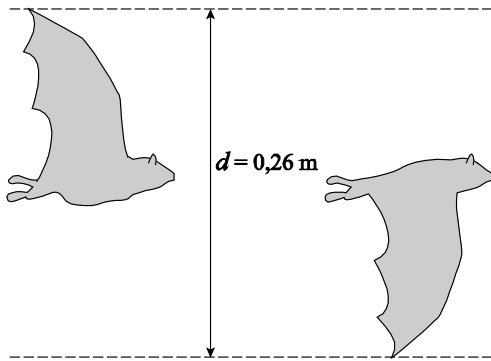


B Vliegen en zwemmen

Uit biologisch onderzoek blijkt dat vogels, vleermuizen en insecten op een vergelijkbare manier met hun vleugels bewegen als vissen met hun staartvin.

Onderzoekers hebben een verband ontdekt tussen de **slagfrequentie** (het aantal slagen per seconde van de vleugels of staartvin), de **slag grootte** (de afstand tussen de uiterste staartvin- of vleugelstanden tijdens een slag, zie figuur 1) en de **kruissnelheid** (de gemiddelde snelheid).

figuur 1 De slag grootte van een vleermuis



Voor dieren als vissen, dolfijnen, vogels en insecten is het verband hetzelfde. Er geldt namelijk:

$$\frac{f \cdot d}{v} = 0,3$$

Dit wordt wel de formule van Strouhal genoemd. In deze formule is:

f de slagfrequentie (het aantal slagen per seconde van de vleugels of staartvin);

d de slag grootte (in meter);

v de kruissnelheid (in meter per seconde).

De kolibrie is een klein vogeltje dat vliegt met een hoge slagfrequentie.

Een kolibrie heeft een slag grootte van 8 cm en een kruissnelheid van 13,5 meter per seconde.



3p 1 Toon aan dat een kolibrie een slagfrequentie van ruim 50 heeft.

3p 2 Geef voor de kolibrie de duur van 1 slag in seconden in 2 decimalen nauwkeurig.

In de formule van Strouhal $\frac{f \cdot d}{v} = 0,3$ komt een evenredig en een omgekeerd evenredig verband voor.

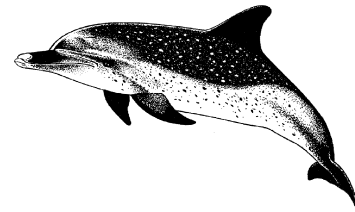
De formule van Strouhal die hoort bij een vleermuis (figuur 1) ziet er als volgt uit:

$$\frac{f \cdot 0,26}{v} = 0,3$$

2p 3 Welk van de twee genoemde verbanden geldt tussen f en v ? Licht je antwoord toe.

De tuimelaar (een dolfijnensoort) heeft een kruissnelheid van 15 meter per seconde. Voor de tuimelaar kan f als volgt worden uitgedrukt in d .

$$f = \frac{4,5}{d}$$



3p **4** Laat zien hoe deze formule ontstaat uit de formule van Strouhal.

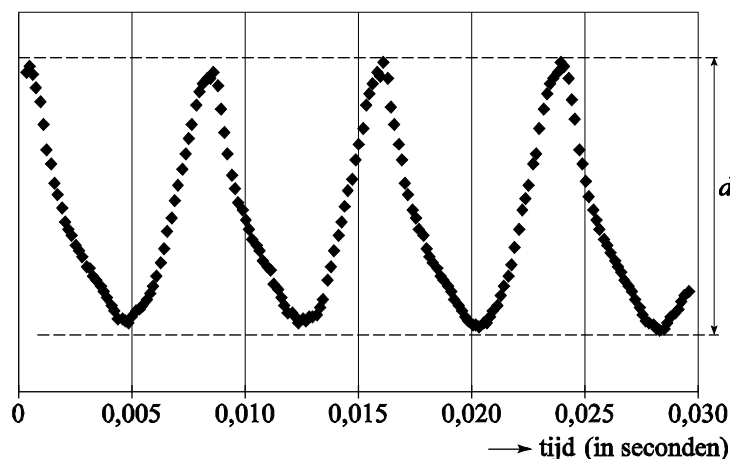
Een tuimelaar moeder en kind zwemmen naast elkaar met een snelheid van 15 meter per seconde. Het kind maakt drie keer zoveel slagen als de moeder.

4p **5** Hoe verhouden zich de lengte van de staartvin van de moeder en de lengte van de staartvin van het kind? Licht je antwoord toe en gebruik daarbij de formule.

De gewone huisvlieg is ook onderzocht. De slag grootte van de huisvlieg is kleiner dan die van de vleermuis (zie figuur 2). De punten in figuur 2 geven de hoogte aan van het uiteinde van de vleugels van de vlieg tijdens de vlucht.

In figuur 2 is ruim $3\frac{1}{2}$ slag te zien. Als je weet hoe lang één slag duurt, kun je natuurlijk uitrekenen hoeveel slagen er in één seconde passen en heb je precies de slagfrequentie gevonden.

figuur 2



Verder is gegeven dat de slag grootte van een huisvlieg 6,5 mm is.

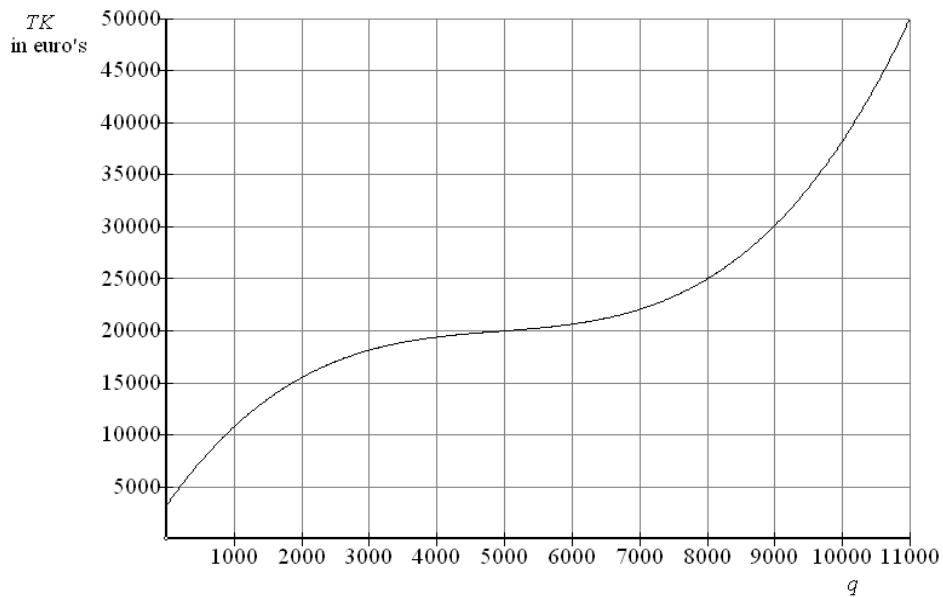
5p **6** Bereken de kruissnelheid van de huisvlieg. Licht je antwoord toe.

C Verpakkingen

Een bedrijf maakt verpakkingen. Het bedrijf heeft onderzocht hoe de kosten voor het maken van de verpakkingen samenhangen met de **productie** (het aantal geproduceerde verpakkingen). Bepaalde kosten (zoals het salaris van de directie) hangen niet af van de productie en worden **vaste kosten** genoemd. Andere kosten (zoals de grondstoffen voor het verpakkingsmateriaal) hangen wel af van de productie en worden **variabele kosten** genoemd. De **totale kosten** worden gevormd door de som van de vaste kosten en de variabele kosten.

Het verband tussen de totale kosten TK en het aantal geproduceerde verpakkingen q zie je in figuur 1. In figuur 1 lees je bijvoorbeeld af dat bij een productie van 2000 verpakkingen de totale kosten ruim 15 000 euro zijn. Figuur 1 staat ook vergroot op de uitwerkbijlage.

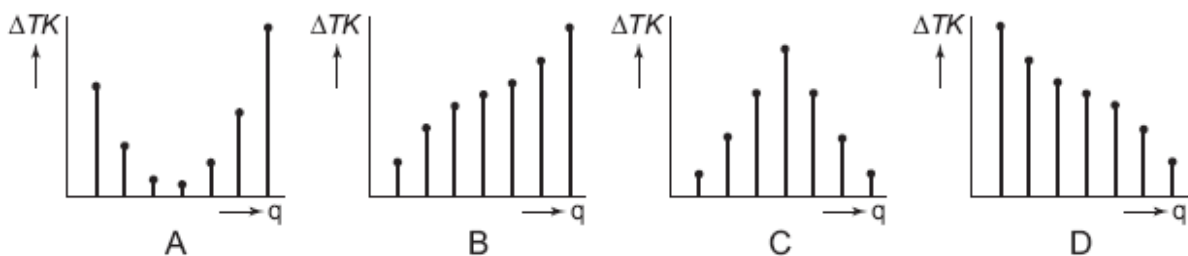
figuur 1



- 3p 1 Hoe groot zijn de vaste kosten? Licht met behulp van figuur 1 toe hoe je je antwoord gevonden hebt.

In figuur 2 zie je vier toenamediagrammen A, B, C en D.

figuur 2



Eén van deze diagrammen is een toenamediagram van de grafiek in figuur 1.

- 3p 2 Welk van deze vier diagrammen A, B, C of D is dat? Licht je antwoord toe.

De afdeling planning heeft van tevoren een prognose opgesteld van het verband tussen productie en kosten. De formule van deze prognose is

$$TK_{prog} = 3250 + 3,35q$$

Hierin is TK_{prog} de prognose van de totale kosten in euro's en q het aantal geproduceerde verpakkingen.

- 3p **3** Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de grafiek van deze prognose bij de al getekende grafiek van TK .
- 3p **4** Bij welke aantallen geproduceerde verpakkingen liggen de totale kosten onder de prognose? Licht je antwoord toe.

De werkelijke totale kosten, zoals getekend in figuur 1, blijken te kunnen worden berekend met de volgende formule:

$$TK = 0,00000012q^3 - 0,00177q^2 + 9,2q + 3250$$

De gemiddelde kosten per verpakking worden aangegeven met GK .

- 4p **5** Bereken met behulp van de formule van TK de gemiddelde kosten GK bij een productie van 5000 verpakkingen.

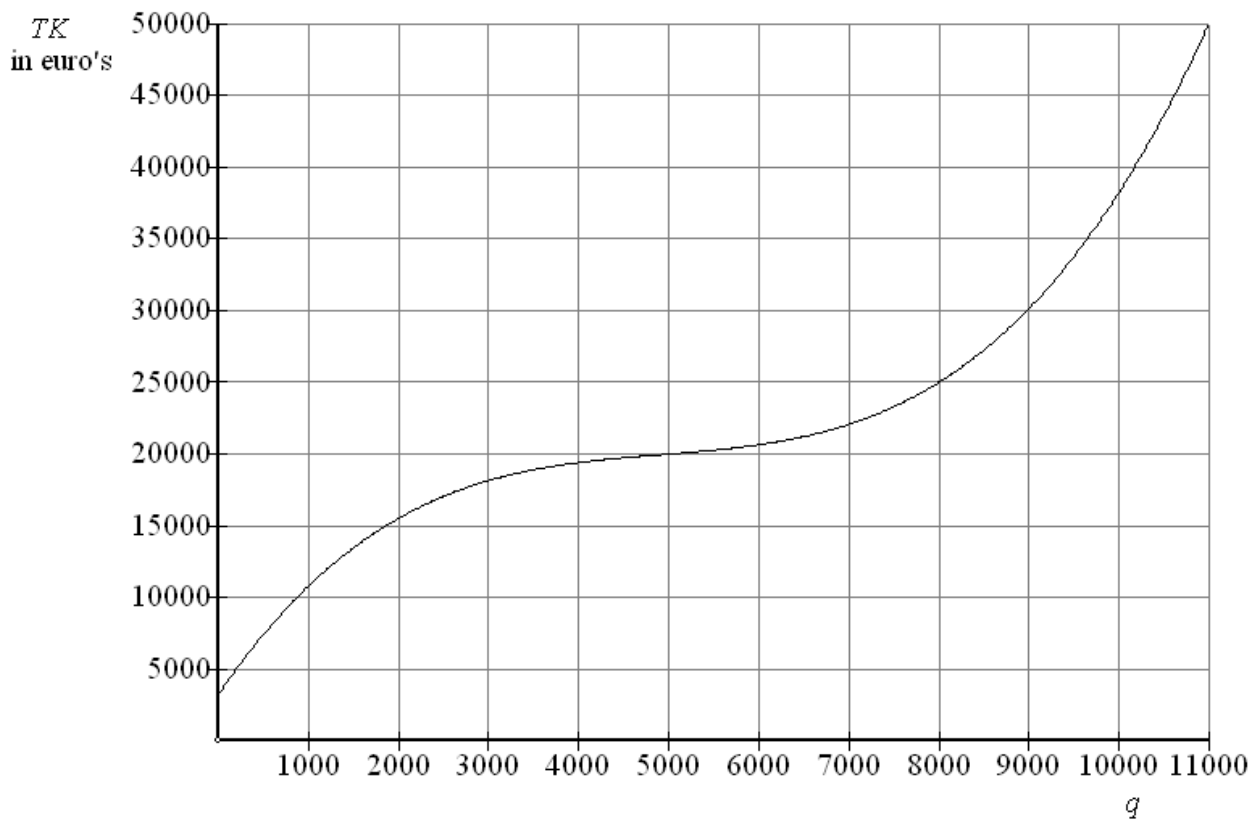
Er kan uit de formule van TK een formule van GK worden afgeleid. Deze formule heeft de vorm:

$$GK = F + \frac{3250}{q}$$

Hierin is F een formule van een tweedegraads (of kwadratisch) verband.

- 4p **6** Geef een formule van F .

UITWERKBIJLAGE BIJ VERPAKKINGEN, VRAGEN 3 EN 4



D Het HABOG

Kernenergie levert weinig afval op, maar het is wel afval dat speciale aandacht vereist. Het is namelijk radioactief en het blijft nog tientallen jaren warmte afgeven.

In 2003 is in Zeeland een gebouw geopend waar de komende honderd jaar kernafval zal worden opgeslagen. Het gebouw heet HABOG, Hoogradioactief Afval Behandelings- en Opslag Gebouw. In het HABOG wordt het afval van de kerncentrale van Borssele opgeslagen.

Over honderd jaar zijn de radioactiviteit en de warmte van het afval zo veel afgenomen dat het afval op een andere plaats kan worden opgeslagen.

foto



Het afval uit Borssele bestaat jaarlijks uit zes glasblokken met hoogradioactief afval.

In het begin geeft zo'n blok evenveel warmte af als een kachel van 1800 Watt.

Na 100 jaar is de warmteafgifte verminderd tot die van drie gloeilampen, ofwel 180 Watt.

De warmteafgifte neemt exponentieel af.

- 4p 1 Bereken het percentage waarmee de warmteafgifte per jaar afneemt. Rond je antwoord af op twee decimalen.

Het gebouw is knaloranje geverfd. In grote groene letters zijn er beroemde formules van Einstein en Planck op aangebracht (zie foto). Elke tien jaar wordt het gebouw opnieuw geverfd, telkens in een iets lichtere tint om de afname van de warmteafgifte mee aan te geven.

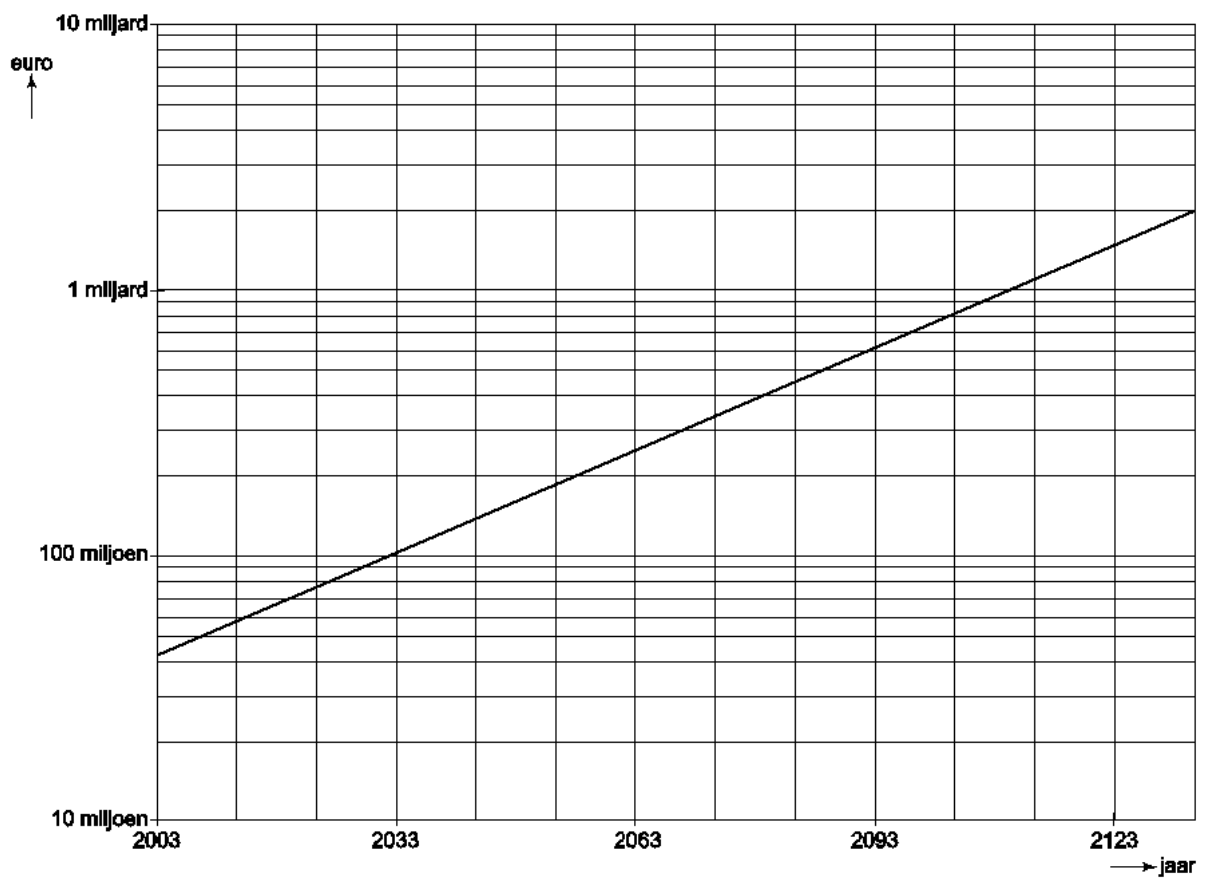
Je mag er in de rest van de opgave van uitgaan dat de warmteafgifte met 2,3% per jaar afneemt.

- 3p 2 Bereken het percentage waarmee de warmteafgifte in een periode van tien jaar afneemt. Rond je antwoord af op één decimaal.
- 3p 3 Bereken na hoeveel jaar de warmteafgifte nog maar de helft is van de oorspronkelijke hoeveelheid. Rond je antwoord af op één decimaal.

Er wordt nu al geld gereserveerd om over meer dan honderd jaar het afval verder te kunnen verwerken. Daartoe is in het jaar 2003 een bedrag van 43 miljoen euro op een spaarrekening gezet.

In de grafiek van figuur 1 zie je hoe men verwacht dat dit bedrag zal toenemen. De verticale as heeft een logaritmische schaalverdeling.

figuur 1



De grafiek is een rechte lijn. Dit betekent dat men uitgegaan is van een vast rentepercentage per jaar gedurende de gehele looptijd.

5p 4 Bereken dat percentage.

E KIX

De KIX (KlantIndeX) is een streepjescode die gebruikt wordt om post machinaal te sorteren. Steeds meer bedrijven drukken op poststukken onder het adres de KIX af. Deze bedrijven krijgen daarvoor een korting op de verzendkosten.

Een adres wordt in Nederland volledig bepaald door de postcode en het huisnummer. De KIX bestaat daarom uit 4 cijfers en 2 letters voor de postcode en daarachter het aantal cijfers dat nodig is voor het huisnummer. In figuur 1 zie je twee voorbeelden van een KIX.

figuur 1

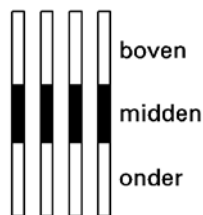


In figuur 1 staan als voorbeeld de KIX van postcode 3224 BC met huisnummer 6 en van postcode 3224 BC met huisnummer 108.

In de KIX heeft elk cijfer en elke letter een eigen symbool. Er wordt daarbij geen onderscheid gemaakt tussen hoofdletters en kleine letters. De letters B en b krijgen dus hetzelfde symbool.

Elk symbool bestaat uit vier verticale strepen. Zie figuur 2.



figuur 2



Het middelste stuk van elke streep is altijd zwart. Boven zijn er vier stukken en onder zijn er vier stukken. Elk van die acht stukken kan wit of zwart zijn. Zo zijn er veel verschillende symbolen te maken waarbij het niet uitmaakt hoeveel van de vier bovenste en de vier onderste stukken zwart zijn gemaakt.

4p 1 Bereken het aantal verschillende symbolen dat op die manier is te maken.

Bij een KIX-symbool zijn er van de vier bovenste stukken precies twee zwart. Ook van de vier onderste stukken zijn er precies twee zwart.

Bijvoorbeeld: de 3 heeft symbool , de B (of b) heeft symbool .

Zoals je bij de laatste streep van de 3 ziet, mag een streep ook helemaal zwart zijn, als er maar in totaal twee stukken *boven* en twee stukken *onder* zwart zijn.

4p 2 Hoeveel verschillende KIX-symbolen zijn er op deze manier te maken? Licht je antwoord toe.

Bij elk adres hoort een huisnummer. Huisnummers beginnen nooit met een 0.

Bij sommige adressen komt er na het huisnummer een toevoeging, zoals bij het huisnummer 6A.

Soms staat er zelfs een heel woord bij: 73 boven. Bij zo'n toevoeging wordt de KIX na het huisnummer aangevuld met eerst de letter X en daarna de letter(s) en/of cijfer(s) die nodig zijn voor de toevoeging.

De KIX is door het huisnummer (zie figuur 1) en door een eventuele toevoeging niet altijd even lang. We vatten dit samen in tabel 1.

tabel 1

<i>Altijd</i>		<i>soms</i>	
<i>postcode</i>	<i>huisnummer</i>	<i>het scheidingsteken</i>	<i>een toevoeging</i>
4 cijfers en 2 letters	maximaal 5 cijfers	X	maximaal 6 tekens (letters en/of cijfers)
vaste lengte	variabele lengte	vaste lengte	variabele lengte

In figuur 3 staan twee voorbeelden van een KIX met 9 symbolen:

figuur 3

bij het adres: **Dorsvlegel 108, 3224 BC HELLEVOETSLUIS**

hoort KIX: **3224BC108**

in symbolen: 

bij het adres: **Wethouder Hekkingstraat 9A, 1234 HV JUINEN**

hoort KIX: **1234HV9XA**

in symbolen: 

De postcode 6801 MG vormt het begin van een KIX van 9 symbolen. Er zijn aan de 6 symbolen van de postcode dus nog 3 symbolen toegevoegd.

- 6p **3** Hoeveel verschillende mogelijkheden zijn er om bij postcode 6801 MG een correcte KIX van 9 symbolen te maken? Licht je antwoord toe.

F File

Het aantal auto's dat gebruik maakt van de autosnelweg A2 tussen Amsterdam (Holendrecht) en Utrecht (Oudenrijn) neemt steeds meer toe.

Deze weg is opgedeeld in 7 stukken. Voor elk stuk is het gemiddelde aantal motorvoertuigen voor een door-de-weekse-dag berekend. Zie tabel 1.

tabel 1 Verkeersintensiteiten op de A2 in de corridor Amsterdam-Utrecht in beide richtingen samen per etmaal

traject	1987			1990		
	Personen- auto's	Vracht- auto's	Motor- voertuigen	Personen- auto's	Vracht- auto's	Motor- voertuigen
Holendrecht-Abcoude	102 100	12 900	115 000	117 800	13 200	131 000
Abcoude-Vinkeveen	95 000	12 000	107 000	110 600	12 400	123 000
Vinkeveen-Breukelen	87 000	11 000	98 000	101 600	11 400	113 000
Breukelen-Maarssen	85 200	10 800	96 000	99 800	11 200	111 000
Maarssen-Utrecht West	83 500	10 500	94 000	99 100	10 900	110 000
Utrecht West-Utrecht C	90 600	11 400	102 000	106 100	11 900	118 000
Utrecht C-Oudenrijn	101 200	12 800	114 000	118 700	13 300	132 000

- 4p 1 Op welk traject is de stijging van het aantal motorvoertuigen tussen 1987 en 1990 relatief (procentueel) het grootst? Licht je antwoord toe.

Van de aantallen motorvoertuigen in 1990 uit tabel 1 is ook een grafiek gemaakt. Zie de figuur op de informatiebijlage. Het is goed dat de aantallen erbij staan, want het aflezen van deze waarden zou lastig zijn.

Er bestaat een lineair verband tussen de totale hoogte van een staaf en het bijbehorende aantal motorvoertuigen.

- 5p 2 Stel een formule op die hoort bij dit verband. Licht je werkwijze duidelijk toe en geef daarbij aan hoe je de figuur op de bijlage gebruikt hebt.

Het spreekt vanzelf dat er op een drukke weg als de A2 regelmatig files ontstaan. In tabel 2 staan gegevens over die files in de jaren 1987 en 1990.

tabel 2 Files op de A2 in de corridor Amsterdam-Utrecht

traject	1987		1990	
	Aantal files	Zwaarte km-min	Aantal files	Zwaarte km-min
Holendrecht-Abcoude	22	7054	24	9824
Abcoude-Vinkeveen	83	27 199	148	67 292
Vinkeveen-Breukelen	29	11 822	31	12 413
Breukelen-Maarssen	14	8165	45	15 954
Maarssen-Utrecht West	9	2981	16	6299
Utrecht West-Utrecht C	12	3796	3	1226
Utrecht C-Oudenrijn	44	17 169	11	3092
totaal	213	78 186	278	116 100

De zwaarte van een file (in km-min) wordt berekend door de lengte van de file (in km) te vermenigvuldigen met de duur van de file (in minuten). Een file van 5 km lengte die 30 minuten duurt, heeft dus een zwaarte van 150 km-min. In tabel 2 lees je bijvoorbeeld af dat in 1987 de 22 files op het traject Holendrecht-Abcoude samen een zwaarte hadden van 7054 km-min.

Hieronder staan twee uitspraken:

- A De gemiddelde zwaarte van alle files is in 1990 groter dan in 1987.
B Hoe groter het aantal motorvoertuigen op een traject, hoe meer files op dat traject.

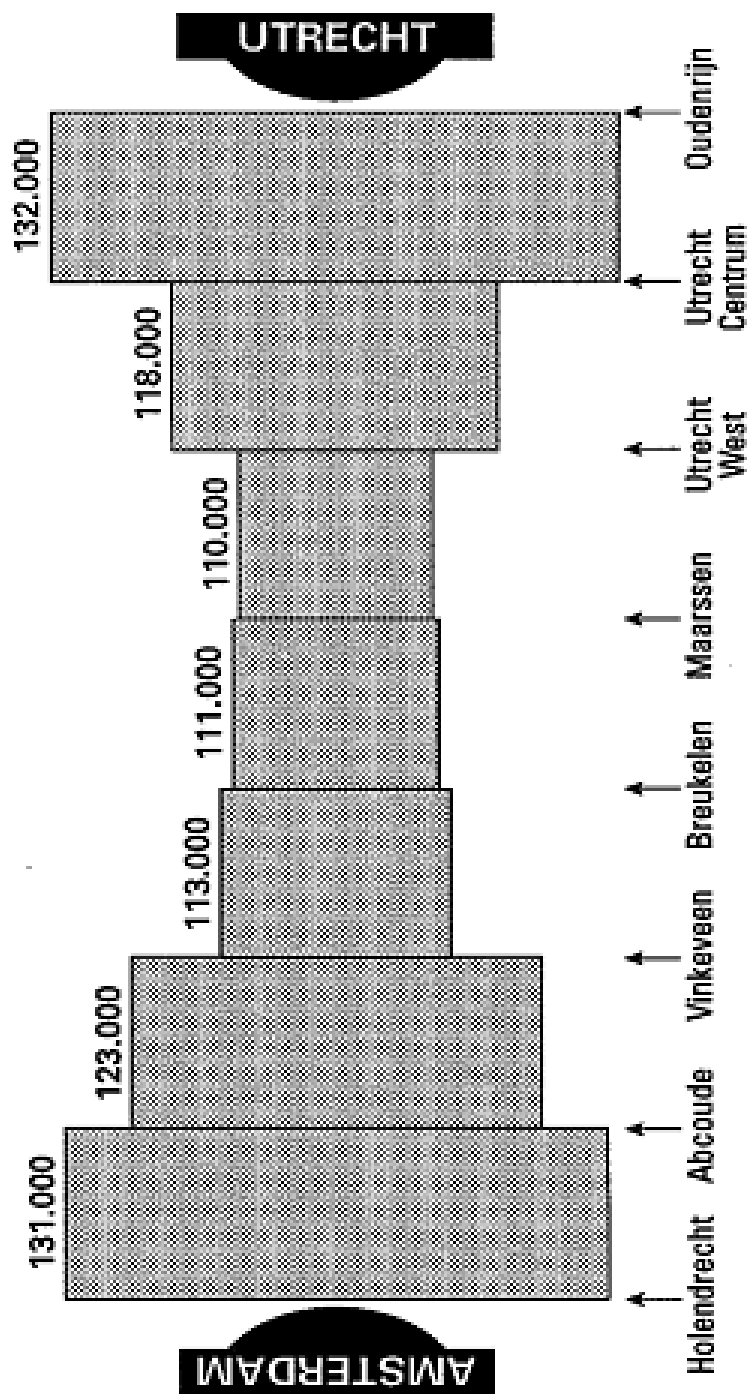
- 4p 3 Zeg van elke uitspraak of hij op grond van de gegevens in tabel 1 en/of tabel 2 waar is of niet. Licht je antwoorden toe.

De zwaarte van een file is afhankelijk van de lengte en de tijdsduur van de file. Als je de zwaarte vast neemt, bijvoorbeeld 150 km·min, zijn er allerlei combinaties van lengte en tijdsduur mogelijk. Deze mogelijkheden kunnen in een grafiek worden getekend, waarbij op de horizontale as de lengte (in km) is uitgezet en op de verticale as de tijdsduur (in minuten).

4p **4** Teken de grafiek voor files met een zwaarte van 150 km·min. Licht je werkwijze toe.

Stel dat de ontwikkeling die in tabel 2 te zien is, zich in de jaren na 1990 zou voortzetten. Dan zou het totaal aantal files op deze weg wel eens enorm groot kunnen worden. Daarbij maakt het wel verschil of de ontwikkeling van het totaal aantal files van 1987 tot 1990 het begin was van een lineair groeiproces of van exponentiële groei. Zowel met lineaire groei als met exponentiële groei is het totaal aantal files in 1999 te berekenen. De twee uitkomsten zijn niet gelijk.

6p **5** Hoeveel verschillen de twee uitkomsten? Licht je antwoord toe.



Beoordelingsmodel

Gewicht

vraag 1 maximumscore 3

$$L = 1,76$$

1

Invullen in (1) levert $G = 66$

1

$$L = 1,76 \text{ en } G = 66 \text{ invullen in } BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G \text{ levert } BMI \approx 21,3$$

1

vraag 2 maximumscore 3

$$\text{Invullen van } G = 100 \cdot L - 110 \text{ in } BMI = \frac{1}{L^2} \cdot G : BMI = \frac{1}{L^2} \cdot (100 \cdot L - 110)$$

2

$$\text{Herleiden tot } BMI = \frac{100 \cdot L - 110}{L^2}$$

1

vraag 3 maximumscore 4

$$L = 1,85$$

1

$$\text{Als } BMI = 20 \text{ dan } 20 = \frac{1}{(1,85)^2} \cdot G \text{ dus } G \approx 68,5$$

1

$$\text{Als } BMI = 25 \text{ dan } 25 = \frac{1}{(1,85)^2} \cdot G \text{ dus } G \approx 85,6$$

1

Een 'gezonde' man mag een gewicht tussen (ongeveer) 69 en 86 kg hebben

1

vraag 4 maximumscore 5

$$\text{Voor persoon A: } BMI_A = \frac{1}{(1,70)^2} \cdot G \approx 0,35 \cdot G$$

1

$$\text{Voor persoon B: } BMI_B = \frac{1}{(1,90)^2} \cdot G \approx 0,28 \cdot G$$

1

Het lineaire verband van persoon A heeft een grotere richtingscoëfficiënt dan dat van persoon B

De grafiek van persoon A loopt dus steiler dan de grafiek van B

1

Grafiek II hoort bij persoon B

1

vraag 5 maximumscore 7

$$\text{Bij dat minimale gezonde gewicht hoort de formule } 20 = \frac{1}{L^2} \cdot G$$

1

Het berekenen van verschillende (tenminste 4) waarden van L en G die bij dit verband horen: zie tabel

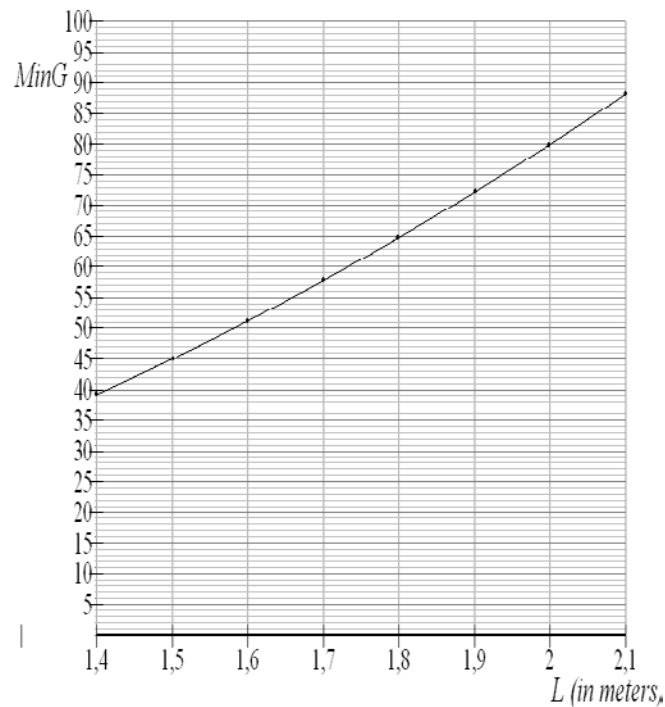
4

L	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1
G	39,2	45	51,2	57,8	64,8	72,2	80	88,2

Het tekenen van een bijbehorende grafiek

2

Voorbeeld van een grafiek



Opmerking

De grafiek moet duidelijk herkenbaar zijn als een grafiek van een niet-lineair verband (met andere woorden geen rechte lijn vormen).

Vliegen en zwemmen

vraag 1 maximumscore 3

De vergelijking $\frac{f \cdot 0,08}{13,5} = 0,3$ moet worden opgelost 1

Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1

Het antwoord: 50,6 1

of

Het invullen van de getallen 50; 0,08 en 13,5 in de formule 1

De uitkomst: 0,296 1

Een kolibrie voldoet (bij benadering) aan de formule 1

vraag 2 maximumscore 3

De slagfrequentie van een kolibri is 50 slagen per seconde 1

1 slag duurt daarmee 1/50 seconde 1

Dat is 0,02 seconde 1

vraag 3 maximumscore 2

Het verband tussen f en v is te schrijven als $f = \frac{0,3}{0,26} \cdot v$ (of $f = a \cdot v$) 1

Dit is een evenredig verband 1

vraag 4 maximumscore 3

Invullen in het verband geeft $\frac{f \cdot d}{15} = 0,3$ 1

Vermenigvuldigen met 15 geeft $f \cdot d = 4,5$ 1

Delen door d geeft $f = \frac{4,5}{d}$ 1

vraag 5 maximumscore 4

Er moet voor beide tuimelaars gelden: $f = \frac{4,5}{d}$ 1

Dus moet gelden: $f_{moeder} \cdot d_{moeder} = 4,5$ en $f_{kind} \cdot d_{kind} = 4,5$ 1

Omdat $f_{kind} = 3 \cdot f_{moeder}$ moet nu gelden: $d_{kind} = \frac{1}{3} \cdot d_{moeder}$ (dus de slag grootte van de moeder is drie keer zo groot als die van het kind) 1

Daarmee zal de lengte van de staartvin van de moeder ook drie keer zo groot zijn als die van het kind 1

vraag 6 maximumscore 5

Een slag duurt ongeveer 0,008 seconden 1

De slagfrequentie is $\frac{1}{0,008} = 125$ 1

De vergelijking $\frac{125 \cdot 0,0065}{v} = 0,3$ moet worden opgelost 1

Beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch of met behulp van de GR opgelost kan worden 1

De oplossing: $v \approx 2,71$ m/s 1

Opmerking

Bij de vermelding van de duur van een slag mag een marge van 0,0005 geaccepteerd worden.

Verpakkingen

vraag 1 maximumscore 3

De vaste kosten kun je vinden door in de figuur af te lezen bij $q = 0$ 1

Afgelezen waarde TK is (ongeveer) 3500 1

Dit is (ongeveer) 3500 euro 1

vraag 2 maximumscore 3

Een redenering als: de grafiek van TK is eerst afnemend stijgend, daarna toenemend stijgend 2

Dus A is het juiste antwoord 1

vraag 3 maximumscore 3

De grafiek van TK_{prog} is een rechte lijn 1

Twee punten van deze rechte bepalen, bijvoorbeeld (0; 3250) en (11; 40 100) 1

De lijn door deze punten tekenen 1

vraag 4 maximumscore 3

De snijpunten van TK_{prog} en TK markeren/aflezen op de uitwerkbijlage 1

De bijbehorende waarden van q zijn: ($q = 0$ en) $q \approx 5000$ en $q \approx 9700$ 1

Het antwoord: voor een productieomvang tussen (ongeveer) 5000 en (ongeveer) 9700 verpakkingen 1

vraag 5 maximumscore 4

In de formule van TK invullen: $q = 5000$ 1

Dit levert $TK = 20000$ 1

Bijbehorende waarde van GK : $\frac{20000}{5000}$ 1

Het antwoord: $GK = 4$ (euro) 1

vraag 6 maximumscore 4

$$GK = \frac{TK}{q} \quad 1$$

$$GK = \frac{0,00000012q^3 - 0,00177q^2 + 9,2q + 3250}{q} \quad 1$$

$$GK = 0,00000012q^2 - 0,00177q + 9,2 + \frac{3250}{q} \quad 1$$

$$\text{Dus } F = 0,00000012q^2 - 0,00177q + 9,2 \quad 1$$

Het HABOG

vraag 1 maximumscore 4

De vergelijking $180 = 1800 \cdot g^{100}$ moet worden opgelost 1

Het beschrijven van de werkwijze, met de GR of met een berekening 1

$g \approx 0,9772$ 1

Dus is de afname per jaar 2,28% 1

vraag 2 maximumscore 3

De groeifactor per jaar is 0,977 1

De groeifactor per 10 jaar is $0,977^{10} \approx 0,792$ 1

De afname per 10 jaar is dus 20,8% 1

vraag 3 maximumscore 3

De vergelijking $0,977^t = 0,5$ moet worden opgelost 1

Het beschrijven van de werkwijze, bijvoorbeeld met de GR 1

Het antwoord: na 29,8 jaar 1

vraag 4 maximumscore 5

Het aflezen van een punt, bijvoorbeeld: in het jaar 2133 is het bedrag 2 miljard euro geworden 1

In het jaar 2003 was het bedrag 43 miljoen euro (of het aflezen van bedrag en jaar in een ander punt) 1

De groeifactor per 130 jaar is $\frac{2 \cdot 10^9}{43 \cdot 10^6} \approx 46,51$ 1

De groeifactor per jaar is $46,51^{\frac{1}{130}} \approx 1,03$ 1

Het rentepercentage per jaar is dus (ongeveer) 3 1

Opmerking

Als door correct aflezen bij gebruik van een ander punt een afwijkend percentage wordt gevonden, hiervoor geen punten aftrekken.

KIX

vraag 1 maximumscore 4

Op acht plaatsen (vier onder en vier boven) is er een keuze 1

Per plaats kun je kiezen uit 2 mogelijkheden, namelijk wel of niet zwart maken 1

Het totaal aantal verschillende symbolen is 2^8 1

Het antwoord is 256 1

of

Voor elke streep zijn er 4 mogelijkheden 2

Met vier strepen zijn er 4^4 mogelijkheden 1
Het antwoord is 256 1

vraag 2 maximumscore 4

Het zwart maken van 2 van de 4 stukken boven kan op $\binom{4}{2}$ verschillende manieren 1

$\binom{4}{2} = 6$ 1

Onder zijn er ook $\binom{4}{2} = 6$ mogelijkheden 1

Het aantal verschillende symbolen is $6 \cdot 6 = 36$ 1

vraag 3 maximumscore 6

De laatste drie symbolen kunnen een getal vormen, een huisnummer van 3 cijfers 1

Er zijn daarvoor 900 getallen mogelijk, namelijk 100 tot en met 999 2

Het kan ook cijfer + X + toevoeging zijn 1

Daarvoor zijn $9 \cdot 1 \cdot 36 = 324$ mogelijkheden 1

In totaal zijn er $900 + 324 = 1224$ mogelijkheden 1

Opmerking

Als in plaats van $9 \cdot 1 \cdot 36 = 324$ is gerekend met $9 \cdot 1 \cdot 26 = 234$, hiervoor geen punten aftrekken

File

vraag 1 maximumscore 4

Het berekenen van de toenamepercentages of de groeifactoren 3

De conclusie: Maarssen-Utrecht West heeft de grootste relatieve toename 1

vraag 2 maximumscore 5

Het meten van hoogtes bij twee verschillende aantallen motorvoertuigen, bijvoorbeeld 26 mm bij 110 000 motorvoertuigen en 75 mm bij 132 000 motorvoertuigen 2

De bijbehorende richtingscoëfficiënt is daarmee $\frac{132000 - 110000}{75 - 26} \approx 449$ 1

Het verband heeft de vorm $m = 449 \cdot h + b$ (met m is het aantal motorvoertuigen en h is de hoogte van de bijbehorende staaf in mm) 1

Door invullen van, bijvoorbeeld, $h = 26$ en $m = 110000$ vaststellen dat $b = 98325$ (dus $m = 449 \cdot h + 98325$) 1

Opmerkingen

Bij het gebruiken van andere staven uit de informatiebijlage kunnen de waarden van de parameters afwijken van de hierboven genoemde waarden zonder dat daar punten voor in mindering gebracht hoeven te worden.

Als de hoogtes niet in millimeters nauwkeurig gemeten zijn, ten hoogste 3 punten voor deze vraag toekennen.

Als het gevraagde verband niet in bovenstaande vorm maar als $h = a \cdot m + b$ geschreven wordt, hiervoor geen punten in mindering brengen.

vraag 3 maximumscore 4

$\frac{116100}{278} \approx 418$ in 1990 en $\frac{78186}{213} \approx 367$ in 1987 dus uitspraak A is waar 2

Het vergelijken van gegevens uit tabel 1 en tabel 2 en de conclusie dat B niet waar is 2

Indien de motivering ontbreekt, geen punten toekennen.

vraag 4 maximumscore 4

Een assenstelsel met geschikte schaalverdeling 1
Een kromme gebaseerd op een voldoende aantal punten 3

vraag 5 maximumscore 6

In 1999 zijn er $278 + 3 \cdot 65 = 473$ files in geval van lineaire groei 2

De groeifactor is $\frac{278}{213}$ per drie jaar (of ongeveer 1,3) 1

In 1999 zijn er $278 \cdot \left(\frac{278}{213}\right)^3 = 618$ files (of 611 files) in geval van exponentiële groei 2

Het verschil is 145 (of 138) 1

Bijlage 1

Examenprogramma voor wiskunde A havo

Het eindexamen

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Algebra en tellen
Domein C	Verbanden
Domein D	Verandering
Domein E	Statistiek en kansrekening

Het centraal examen

Het centraal examen heeft betrekking op de domeinen B, C en D in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast.

Het CvE maakt indien nodig een specificatie bekend van de examenstof van het centraal examen.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A en

- domein E;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

De examenstof

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

- 1 De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

- 2 De kandidaat kan een profielspecifieke probleemsituatie in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

- 3 De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige, algebraïsche en deductieve vaardigheden en kan de bewerkingen uitvoeren zonder ICT en waar nodig met ICT.

Domein B: Algebra en tellen

Subdomein B1: Rekenen

- 4 De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en daarbij gebruik maken van de rekenkundige basisbewerkingen.

Subdomein B2: Algebra

- 5 De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met variabelen en daarbij gebruik maken van de algebraïsche basisbewerkingen.

Subdomein B3: Telproblemen

- 6 De kandidaat kan telproblemen structureren en schematiseren en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen.

Domein C: Verbanden**Subdomein C1: Tabellen**

- 7 De kandidaat kan een tabel opstellen op basis van gegevens uit een tekst, een grafiek, een formule of andere tabellen en tabellen aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere tabellen, grafieken, formules of tekst.

Subdomein C2: Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden

- 8 De kandidaat kan een grafiek tekenen op basis van gegevens uit een tekst, een tabel, een formule of andere grafieken en grafieken aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere grafieken, formules of tekst.

Subdomein C3: Formules met één of meer variabelen

- 9 De kandidaat kan door substitutie in een formule met één of meer variabelen waarden berekenen en een formule opstellen of wijzigen op basis van gegeven informatie.

Subdomein C4: Lineaire verbanden

- 10 De kandidaat kan bij een lineair verband een formule opstellen en een grafiek tekenen, met lineaire verbanden berekeningen uitvoeren zoals interpolatie en extrapolatie, lineaire vergelijkingen en ongelijkheden oplossen en uitkomsten toepassen in profielspecifieke probleemsituaties.

Subdomein C5: Exponentiële verbanden

- 11 De kandidaat kan exponentiële verbanden herkennen, met formules beschrijven, in grafieken weergeven en er berekeningen aan uitvoeren.

Domein D: Verandering**Subdomein D1: Helling**

- 12 De kandidaat kan over een grafiek uitspraken doen over stijgen, dalen, maximum en minimum en kan veranderingen beschrijven middels differenties, hellingen en toenamediagrammen.

Domein E: Statistiek en kansrekening**Subdomein E1: Presentaties van statistische data interpreteren**

- 13 De kandidaat kan statistische data die op diverse manieren zijn gerepresenteerd en/of samengevat interpreteren en beoordelen op relevantie.

Subdomein E2: Statistische data verwerken

- 14 De kandidaat kan statistische data verwerken, organiseren, bewerken, weergeven in grafieken, tabellen en diagrammen, en samenvatten met geschikte centrum- en spreidingsmaten.

Subdomein E3: Data en kansen

- 15 De kandidaat kan bij een toevalsproces de waarschijnlijkheid (kans) van een bepaalde uitkomst of gebeurtenis bepalen of inschatten.

Subdomein E4: Data analyseren

- 16 De kandidaat kan bij een probleemstelling die zich leent voor een statistische aanpak het soort probleem herkennen en data verzamelen en analyseren om antwoord op de probleemstelling te verkrijgen.

Bijlage 2

Voorbeeldexamenopgaven

De voorbeeldexamenopgaven worden omstreeks de herfstvakantie van 2010 gepubliceerd op cve.nl