

Voorbeeldexamen wiskunde B havo 2011

Zoals aangekondigd in het voorwoord van de verzameling voorbeeldexamenopgaven wiskunde B havo verschijnt er, bij deze, een voorbeeldexamen wiskunde B havo. Dit voorbeeldexamen is opgebouwd uit opgaven die ook in de verzameling voorbeeldexamenopgaven zijn opgenomen, aangevuld met (delen van) opgaven uit de (reguliere) examens wiskunde B havo 2010-1 en 2010-2. Tenslotte is de nieuw geconstrueerde opgave Hyperbool toegevoegd, waarin de quotiëntregel aan de orde komt. Zie ook de hierna volgende tabel. Op deze wijze wordt, zo is althans het streven, zichtbaar gemaakt waar verandering en waar continuering van de verschillende domeinen en vaardigheden aan de orde is.

De samenstelling van dit voorbeeldexamen is gebeurd op een wijze die overeenkomt met de manier waarop ook de eerste pilotexamens voor wiskunde B havo samengesteld zullen worden. Bij de constructie van deze pilotexamens 2011-1 en 2011-2 zal men zich ook baseren op de reguliere examens wiskunde B havo (van 2011-1 respectievelijk 2011-2 uiteraard). Ook daar wordt getracht zowel verandering als continuering te realiseren. Uiteraard is het voorliggende voorbeeldexamen indicatief van aard.

Uitsluitingen

Bij de constructie van dit voorbeeldexamen is rekening gehouden met de uitsluitingen die CvE heeft vastgesteld voor het examen wiskunde B havo 2011:

- 1) Heel subdomein C3: Vectorrekening
- 2) Uit subdomein B3:
 - * 6.4, 6.5 (geen logaritmische schalen)
 - * 6.7, 6.8, 6.9 (geen (complexe) evenredigheidsverbanden met meerdere variabelen)
- 3) Uit subdomein C1:
 - * 8.5 in de context van de drie dimensionale ruimte berekeningen in het platte vlak uitvoeren en de resultaten interpreteren binnen de context
- 4) Uit subdomein D3:
 - * 13.1, 13.4, 13.5 geen combinaties van product-, quotiënt,- en/of kettingregel
- 5) Uit subdomein D4:
 - * Geen optimalisatieproblemen op meetkundige lichamen.

overzicht voorbeeldexamen havo B

A Vaardigheden

- A1 Algemene vaardigheden
- A2 Profielspecifieke vaardigheden
- A3 Wiskundige vaardigheden

B Functies, grafieken en vergelijkingen

- B1 Standaardfuncties
- B2 Vergelijkingen en ongelijkheden
- B3 Evenredigheidsverbanden
- B4 Periodieke functies

C Meetkundige berekeningen

- C1 Afstanden en hoeken in concrete situaties
- C2 Analytische methoden
- C3 Vectorrekening

D Toegepaste analyse 1

- D1 Veranderingen
- D2 Afgeleide functies
- D3 Bepaling afgeleide functies
- D4 Toepassing afgeleide functies

			Domein											
			B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3	D1	D2	D3	D4	
Hersengewicht (uit 2010-2)	1	4	4						X					
	2	3		3					X					
	3	5		5					X					
Kwartcirkel en raaklijn (vb ex opg G)	4	6					6		X					
	5	5				5			X					
	6	4		4					X					
	7	6					6		X					
Archimedes Wave Swing (uit 2010-1)	8	3			3				X					
	9	5	5						X					
	10	4		4					X				aangepast	
	11	6		6					X				aangepast	
Snijpunt (uit 2010-1)	12	6		6					X					
Wortelfunctie (uit 2010-1)	13	4							X			2	2	
	14	5		5					X					
Hyperbool (nieuw)	15	7		2					X		3	2		
Hoek op cirkelboog (vb ex opg I)	16	6					6		X					
Totaal		79	9	25	10	3	5	18	0	0	3	4	2	
Percentage			59%				29%			11%				

Denkactiviteiten in de voorbeeldopgaven syllabus wiskunde B havo

In het visiedocument van cTWO 'Rijk aan betekenis' is een zestal denkactiviteiten geformuleerd die gelden als kernactiviteiten in de nieuwe examenprogramma's en die richtinggevend zijn voor de concrete invulling van de vakdomeinen. Deze denkactiviteiten zijn verbonden aan de algemene vaardigheden van domein A; daarnaast zijn in de examenprogramma's kruistabellen opgenomen die aangeven welke denkactiviteiten in de verschillende domeinen aan de orde zouden kunnen komen. De volgende denkactiviteiten zijn onderscheiden:

Mo - Al	= Modelleren en algebraïseren (cf. eindterm A2)
Or - St	= Ordenen en structureren (cf. eindterm A1)
An - Pr	= Analytisch denken en probleemoplossen (cf. eindterm A2)
Fo	= Formules manipuleren (cf. eindterm A3)
Ab	= Abstraheren (cf. eindterm A3)
Lo - Be	= Logisch redeneren en bewijzen (cf. eindterm A2)

Bij de vragen van het voorbeeldexamen is op de volgende bladzijde aangegeven welke denkactiviteiten aan de orde zijn. Ter toelichting op de kruisjes:

- Modelleren-Algebraïseren is aangekruist als er sprake is van het vertalen van een kenmerk, vraag of eigenschap in termen van algebra. Denk aan de vertaling van snijpunt in vergelijking, van helling/top in afgeleide, van verticale afstand tussen twee grafieken naar $f(x) - g(x)$, etcetera.
- Analyseren-Probleemoplossen is aangekruist als er sprake is van een probleemaanpak die meerstaps is, of op een andere manier niet direct standaard.
- Formules manipuleren is aangekruist als een vergelijking moet worden opgelost of een formule moet worden herschreven.

Het is duidelijk dat enkele van deze denkactiviteiten niet in de vragen aan de orde komen. Ordenen-Structureren en Abstraheren zullen vermoedelijk beter een plaats vinden in het onderwijsleerproces en binnen het schoolexamen. Binnen een centraal examen ontbreekt veelal de tijd om deze activiteiten op een betrouwbare wijze te toetsen.

Ten opzichte van de bestaande examenpraktijk bij havo wiskunde B zijn in het voorbeeldexamen meer vragen te vinden waarin Analyseren-Probleemoplossen een rol speelt. Met name bij meetkundevragen is het vaak niet meteen duidelijk op welke wijze het probleem moet worden aangepakt. Ook de vraagstelling bij de analysevragen wordt in het nieuwe programma meer open dan in het huidige programma.

In de tabel op de volgende pagina wordt aangegeven welke denkactiviteiten er in de vragen van deze set met opgaven aan de orde komen. Overigens is de wijze van identificeren van denkactiviteiten in vragen tentatief en nog volop in ontwikkeling.

Voorbeeldexamen 2011 wiskunde B havo	Mo - Al	Or - St	An - Pr	Fo	Ab	Lo - Be
Hersengewicht						
1			X	X		
2				X		
3			X	X		
Kwartcirkel en raaklijn						
4	X		X			
5	X		X	X		
6				X		
7			X			
Archimedes Wave Swing						
8			X			
9			X			
10			X	X		
11	X		X	X		
Snijpunt						
12				X		
Wortelfunctie						
13			X	X		
14	X		X			
Hyperbool						
15	X		X			
Hoek op cirkelboog						
16			X			

Voorbeeldexamen HAVO

2011

wiskunde B-cTWO-programma

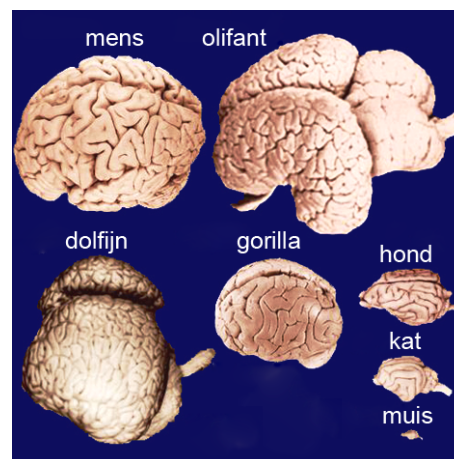
Hersengewicht

Niet alle dieren hebben even zware hersenen. Zwaardere dieren hebben meestal zwaardere hersenen.

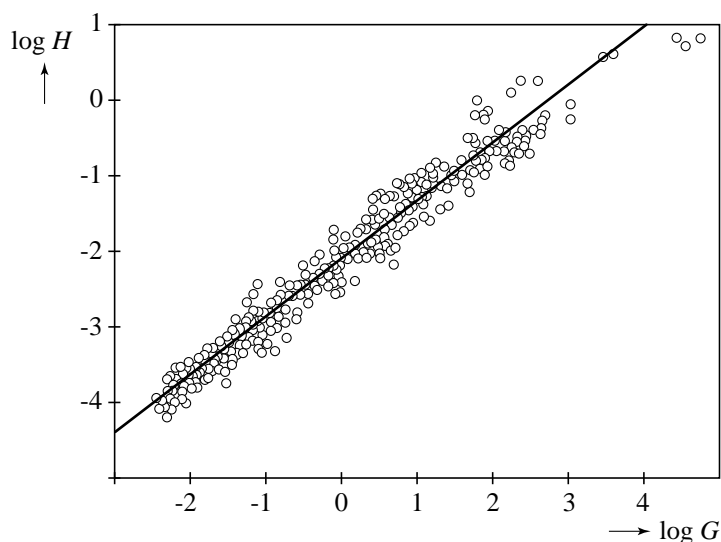
Het gemiddelde lichaamsgewicht van volwassen dieren van een soort in kg, noemen we G . Het gemiddelde hersengewicht van volwassen dieren van die soort in kg, noemen we H . De grafiek in figuur 2 geeft het verband weer tussen de logaritme van G en de logaritme van H .

In figuur 2 zijn meetpunten te zien die horen bij 477 soorten zoogdieren. De meetpunten liggen min of meer op een rechte lijn. Deze rechte lijn is ook in figuur 2 getekend. Figuur 2 staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 1



figuur 2



Het gemiddelde lichaamsgewicht van volwassen katten is 5 kg.

- 4p 1 Bepaal met behulp van de rechte lijn in de figuur op de uitwerkbijlage het gemiddelde hersengewicht van volwassen katten.

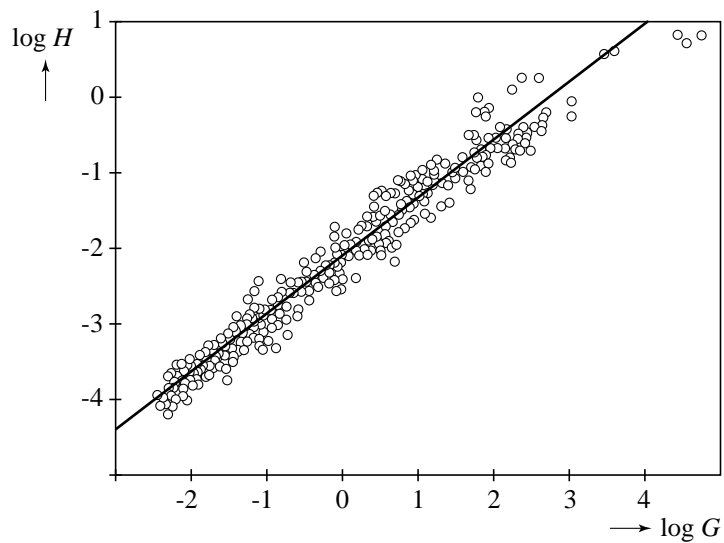
Een formule die bij de rechte lijn hoort is $\log H = 0,767 \cdot \log G - 2,097$.

Er zijn diersoorten waarvan de volwassen dieren een gemiddeld hersengewicht hebben dat 1% is van hun gemiddelde lichaamsgewicht.

- 3p 2 Bereken met behulp van de gegeven formule dit gemiddelde lichaamsgewicht.

De bovenstaande formule is ook te schrijven als $H = a \cdot G^b$

- 5p 3 Bereken de waarden van a en b . Geef je antwoorden in drie decimalen nauwkeurig.



Om de figuur op de juiste afmetingen te krijgen op papier, moet bij het afdrukken van deze pdf-versie van de uitwerkbijlage in het menu 'Afdrukken' bij 'Pagina's schalen' gekozen worden voor de optie 'Geen'.

Kwartcirkel en raaklijn

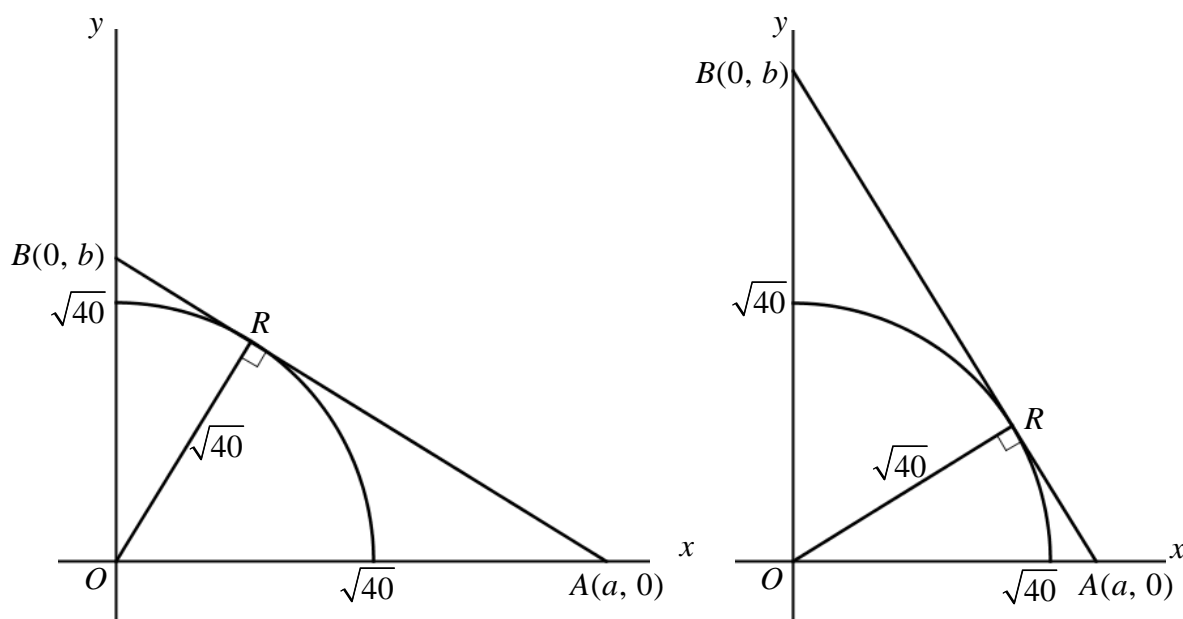
In een assenstelsel is gegeven de cirkel met straal $\sqrt{40}$ en middelpunt $O(0, 0)$.

In deze opgave bekijken we de kwartcirkel rechtsboven.

Bij elk punt R op deze cirkel definiëren we de punten A en B als volgt:

de raaklijn in punt R aan de cirkel snijdt de x -as in het punt $A(a, 0)$ en de y -as in het punt $B(0, b)$. Het lijnstuk AB staat dan loodrecht op de straal OR . In de figuur is de situatie voor twee mogelijke posities van punt R getekend.

figuur



- 6p 4 Bereken exact de coördinaten van de punten A en B in het geval dat punt R de coördinaten $(2, 6)$ heeft.

Voor elke positie van R op de kwartcirkel geldt: $b = \frac{a\sqrt{40}}{\sqrt{a^2 - 40}}$.

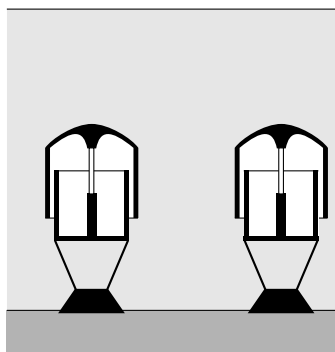
- 5p 5 Toon de juistheid aan van deze formule.
- 4p 6 Bereken exact de waarde van a waarvoor geldt $b = 10$.
- 6p 7 Bereken exact de coördinaten van R als de richtingscoëfficiënt van lijnstuk AB gelijk is aan $-\frac{9}{13}$.

Archimedes Wave Swing

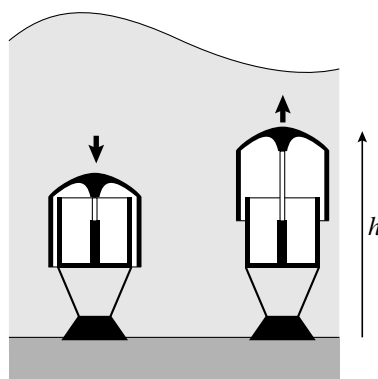
De Archimedes Wave Swing (afgekort AWS) is ontwikkeld om de golfbeweging van de zee te gebruiken om energie op te wekken.

Elke AWS bestaat uit twee halfopen delen. Het onderste deel is verankerd aan de zeebodem. Het bovenste deel, ook wel drijver genoemd, valt over het onderste heen. In figuur 1 zie je twee AWS'en onder een vlakke zeespiegel. In figuur 2 zie je dat de golven er voor zorgen dat de drijvers op en neer bewegen. Deze beweging van de drijver wordt gebruikt om energie op te wekken.

figuur 1



figuur 2



De minimale hoogte van de bovenkant van de drijver ten opzichte van de zeebodem is 30,0 meter. De maximale hoogte is 37,0 meter. De drijver maakt onder invloed van de golven een periodieke beweging met dezelfde periode als de periode van de golfbeweging.

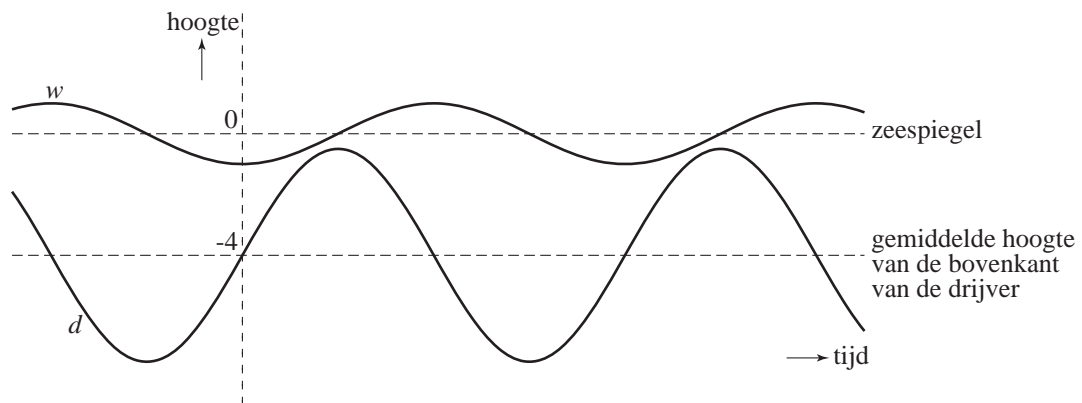
We gaan voor de volgende vraag uit van een situatie waarbij de periode van de golfbeweging 12 seconden is en de hoogte van de bovenkant van de drijver van de AWS varieert van 30,0 meter tot en met 37,0 meter. De hoogte van de bovenkant van de drijver kan dan worden beschreven door een formule van de vorm $h = a + b \sin(c \cdot t)$. Hierin is h de hoogte ten opzichte van de zeebodem in meter en t de tijd in seconde.

- 3p **8** Bereken de waarden van a , b en c in deze formule. Licht je antwoord toe.

Van een bepaalde AWS bevindt de bovenkant van de drijver zich gemiddeld 4,0 meter onder de zeespiegel. De zeespiegel is de gemiddelde waterhoogte. Zie figuur 3. De hoogte d van de bovenkant van deze drijver ten opzichte van de zeespiegel wordt nu beschreven door: $d = -4,0 + 3,5 \sin(0,5t)$, met d de hoogte in meter en t de tijd in seconde.

De waterhoogte ten opzichte van de zeespiegel hangt af van de amplitude van de golven. Hiervoor geldt de formule $w = -A \cdot \cos(0,5t)$. Hierin is w de waterhoogte in meter, A de amplitude van de golven ($A \geq 0,5$) in meter en t de tijd in seconde. In figuur 3 zijn grafieken van d en w getekend voor een bepaalde waarde van A .

figuur 3

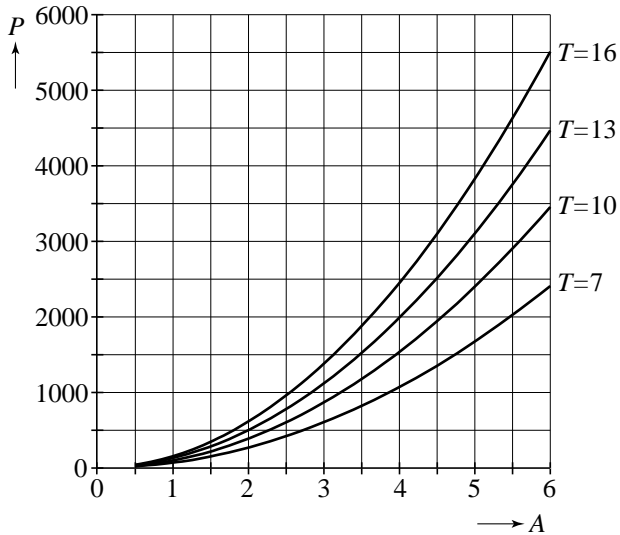


In de situatie van figuur 3 blijft de bovenkant van de drijver altijd onder water. Maar als de amplitude van de golfbeweging verder toeneemt, kan de drijver soms boven het water uitsteken.

- 5p **9** Onderzoek met de grafische rekenmachine vanaf welke amplitude van de golfbeweging de drijver af en toe boven water verschijnt. Rond je antwoord in meter af op één decimaal.

De AWS zet de energie van de golfbeweging om in elektrische energie. De hoeveelheid energie die per seconde wordt omgezet, heet het opgewekt vermogen. Bij vier verschillende perioden T (in seconde) zijn het opgewekte vermogen P (in kiloWatt) en de amplitude van de golven A (in meter) gemeten. De resultaten zijn te zien in figuur 4. Deze figuur is vergroot op de uitwerkbijlage opgenomen.

figuur 4

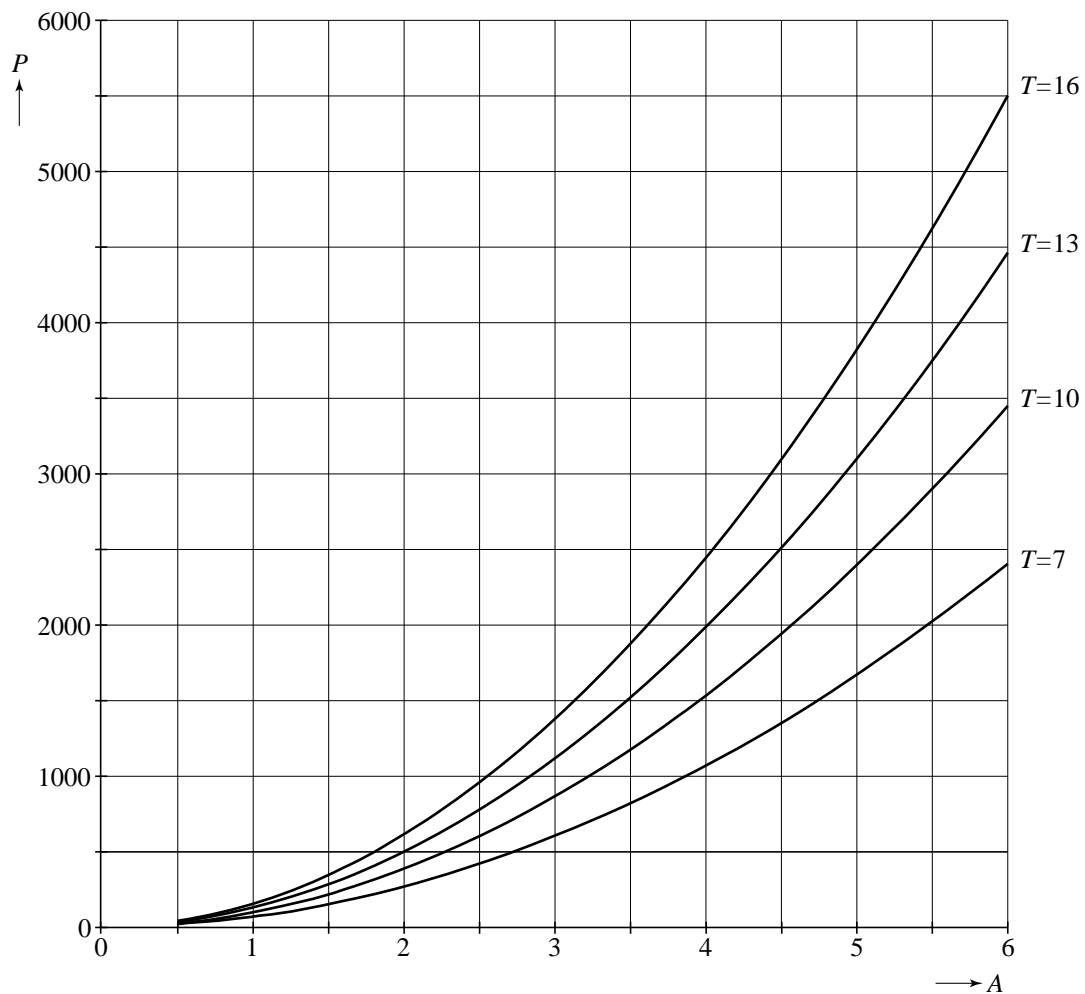


Iemand wil onderzoeken of bij een periode van 16 seconden P evenredig is met het kwadraat van A . Hierbij hoort de formule $P = k \cdot A^2$.

- 4p **10** Toon met behulp van de gegeven grafiek aan dat een passende formule gevonden kan worden bij deze evenredigheid.

Bij een amplitude van 6 meter bestaat er (bij benadering) een rechtevenredig verband tussen de periode T en het vermogen P .

- 6p **11** Toon dit aan.



Om de figuur op de juiste afmetingen te krijgen op papier, moet bij het afdrukken van deze pdf-versie van de uitwerkbijlage in het menu 'Afdrukken' bij 'Pagina's schalen' gekozen worden voor de optie 'Geen'.

Snijpunt

De functies f en g zijn gegeven door $f(x) = 2^{4x+1}$ en $g(x) = 4 \cdot 4^x$.

- 6p **12** Bereken op algebraïsche wijze de coördinaten van het snijpunt van de grafieken van f en g .

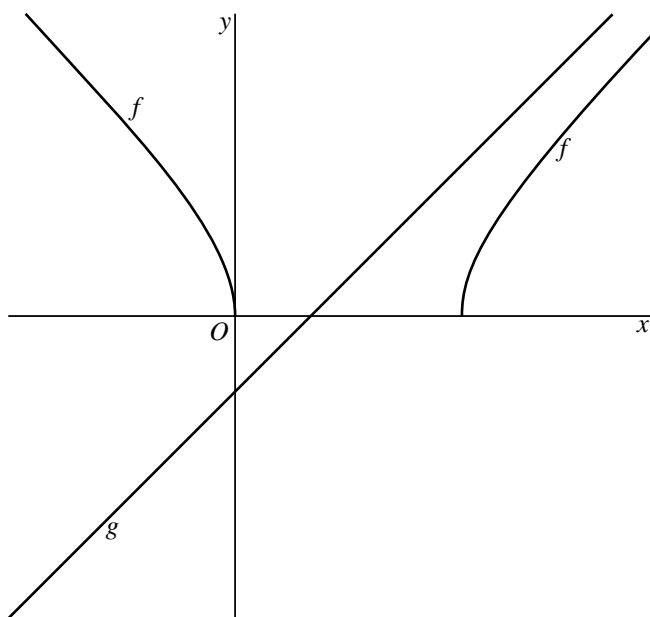
Wortelfunctie

De functie f is gegeven door $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x}$ voor $x \leq 0$ en voor $x \geq 6$.

- 4p **13** Bereken met behulp van differentiëren de exacte waarde van de helling van de grafiek van f in het punt met x -coördinaat 7.

De functie g is gegeven door $g(x) = x - 2$. In figuur 1 zijn de grafieken van f en g getekend.

figuur 1



- 5p **14** Toon op algebraïsche wijze aan dat de grafieken van f en g geen snijpunt hebben.

Hyperbool

Voor $x > -1$ is de functie f is gegeven door

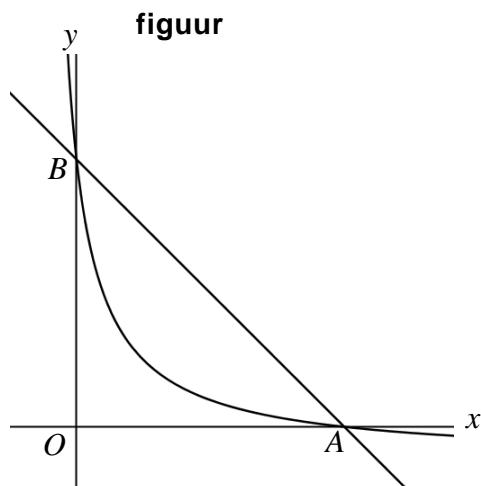
$$f(x) = \frac{8-x}{1+x}.$$

De grafiek van f snijdt de x -as in punt A en de y -as in punt B .

In de figuur zijn de grafiek van f en de lijn door A en B getekend.

Een lijn raakt de grafiek van f en is evenwijdig aan de lijn door A en B .

- 7p **15** Onderzoek met behulp van differentiëren welke vergelijking deze lijn heeft.

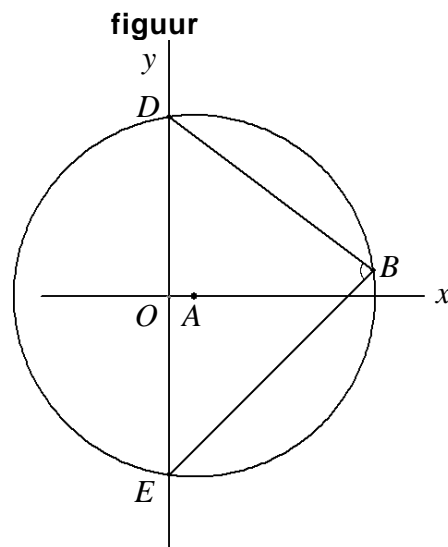


Hoek op cirkelboog

Gegeven zijn de punten $A(1,0)$ en $B(8,1)$.

De cirkel met middelpunt A en straal AB snijdt de y -as in de punten D en E . Zie de figuur.

- 6p **16** Bereken $\angle DBE$ in hele graden.



Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examiner en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examiner en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examiner. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

- 1 De examiner vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examiner en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
 - 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
 - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
 - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.
- NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 80 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen zij er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Hersengewicht

1 maximumscore 4

- $\log(5) \approx 0,7$ 1
- Aflezen op de horizontale as bij 0,7 geeft $-1,6$ op de verticale as 1
- Beschrijven hoe berekend wordt voor welke waarde van H geldt $\log H = -1,6$ 1
- Het gemiddelde hersengewicht van volwassen katten is (ongeveer) 0,025 kg (of 25 gram) 1

Opmerking

Als op de verticale as $-1,5$ of $-1,7$ is afgelezen (wat een gemiddeld hersengewicht van 32 gram of 20 gram oplevert), hiervoor geen scorepunten aftrekken.

2 maximumscore 3

- $H = 0,01G$, dus $\log(0,01G) = 0,767 \cdot \log G - 2,097$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $G \approx 0,383$, dus het gemiddelde lichaamsgewicht is (ongeveer) 0,383 kg (of (ongeveer) 0,4 kg) 1

3 maximumscore 5

- $H = 10^{0,767 \cdot \log G - 2,097}$ 1
- Dit geeft $H = 10^{0,767 \cdot \log G} \cdot 10^{-2,097}$ 1
- Dus $H = G^{0,767} \cdot 10^{-2,097}$ 1
- Hieruit volgt $a = 10^{-2,097} \approx 0,008$ 1
- $b = 0,767$ 1

of

- $G = 1$ invullen geeft $\log H = 0,767 \cdot 0 - 2,097$ en $H = a$ 1
- Dus $a = 10^{-2,097} \approx 0,008$ 1
- $G = 10$ en $a \approx 0,008$ invullen geeft $\log H = 0,767 \cdot 1 - 2,097$ en $H = 0,008 \cdot 10^b$ 1
- Dus $\log H = -1,330$ en $\log H = \log 0,008 + b$ 1
- Hieruit volgt $b = -1,330 - \log 0,008 \approx 0,767$ 1

Kwartcirkel en raaklijn

4 maximumscore 6

- De richtingscoëfficiënt van OR is $\frac{6}{2}$ ($= 3$) 1
- Dus de richtingscoëfficiënt van AB is $-\frac{1}{3}$ 1
- $R(2, 6)$ invullen in de vergelijking $y = -\frac{1}{3}x + b$ 1
- Hieruit volgt: $b = 6\frac{2}{3}$, dus $B(0, 6\frac{2}{3})$ 1
- $A(a, 0)$ invullen in de vergelijking $y = -\frac{1}{3}x + 6\frac{2}{3}$ 1
- Hieruit volgt: $a = 20$, dus $A(20, 0)$ 1

of

- Met R' de projectie van R op de y -as: $\triangle ORR'$ is gelijkvormig met $\triangle AOR$ (twee gelijke hoeken) 1
- $OR : AO = RR' : OR$ geeft $\frac{\sqrt{40}}{a} = \frac{2}{\sqrt{40}}$ 1
- Hieruit volgt: $a = 20$, dus $A(20, 0)$ 1
- $\triangle ORR'$ is gelijkvormig met $\triangle OBR$ (hh, rechte hoek, gelijke hoek bij O) 1
- $OR : OB = OR' : OR$ geeft $\frac{\sqrt{40}}{b} = \frac{6}{\sqrt{40}}$ 1
- Hieruit volgt: $b = \frac{40}{6}$ ($= 6\frac{2}{3}$), dus $B(0, 6\frac{2}{3})$ 1

5 maximumscore 5

- $\triangle ORA$ is gelijkvormig met $\triangle BOA$ (hh, rechte hoek, gelijke hoek bij A) 1
- Met de stelling van Pythagoras: $AR = \sqrt{a^2 - 40}$ 1
- $OB : OA = RO : RA$ geeft $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{a^2 - 40}}$ 2
- Hieruit volgt: $b = \frac{a\sqrt{40}}{\sqrt{a^2 - 40}}$ 1

of

- $\angle OAR = \angle BOR$ (beide gelijk aan $90^\circ - \angle AOR$) 1
- $\cos \angle OAR = \cos \angle BOR$ 1
- Met de stelling van Pythagoras: $AR = \sqrt{a^2 - 40}$ 1
- $\frac{\sqrt{a^2 - 40}}{a} = \frac{\sqrt{40}}{b}$ 1
- Hieruit volgt: $b = \frac{a\sqrt{40}}{\sqrt{a^2 - 40}}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

6 maximumscore 4

- $\frac{a\sqrt{40}}{\sqrt{a^2-40}} = 10$ geeft $a\sqrt{40} = 10\sqrt{a^2-40}$ 1
- Kwadrateren geeft $40a^2 = 100(a^2-40)$ 1
- $a^2 = \frac{400}{6}$ 1
- $a = \sqrt{\frac{400}{6}} \left(= \frac{20}{\sqrt{6}} \text{ of } 3\frac{1}{3}\sqrt{6} \right)$ 1

7 maximumscore 6

- $-\frac{9}{13} \cdot rc_{OR} = -1$ geeft $rc_{OR} = \frac{13}{9}$ 1
- Lijn OR heeft vergelijking $y = \frac{13}{9}x$ 1
- Snijden van de (kwart)cirkel $x^2 + y^2 = 40$ met de lijn $y = \frac{13}{9}x$ 1
- $x^2 + \left(\frac{13}{9}x\right)^2 = 40$, dus $\frac{250}{81}x^2 = 40$ 1
- $x = 3\frac{3}{5}$, dus de x -coördinaat van R is $p = 3\frac{3}{5}$ 1
- De y -coördinaat van R is $q = \sqrt{40 - \left(3\frac{3}{5}\right)^2} = 5\frac{1}{5}$ 1

of

- Voor de kwartcirkel geldt: $y = \sqrt{40-x^2}$ 1
- $\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{\sqrt{40-x^2}}$ 1
- In punt R geldt: $\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{\sqrt{40-x^2}} = -\frac{9}{13}$ 1
- $\frac{x^2}{40-x^2} = \frac{81}{169}$, dus $169x^2 = 3240 - 81x^2$ 1
- $x = \sqrt{\frac{3240}{250}} = 3\frac{3}{5}$, dus de x -coördinaat van R is $p = 3\frac{3}{5}$ 1
- De y -coördinaat van R is $q = \sqrt{40 - \left(3\frac{3}{5}\right)^2} = 5\frac{1}{5}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Archimedes Wave Swing

- 8 maximumscore 3**
- De gemiddelde hoogte is 33,5 meter, dus $a = 33,5$ 1
 - De amplitude is 3,5 meter, dus $b = 3,5$ 1
 - De periode is 12 seconden, dus $c = \frac{\pi}{6}$ (of $c \approx 0,52$) 1
- 9 maximumscore 5**
- Beschrijven hoe de grafiek van het verschil van d en w als functie van de tijd t kan worden getekend op de GR (met een waarde voor A) 2
 - Bij $A = 1,9$ zijn er geen snijpunten met de x -as 1
 - Bij $A = 2,0$ zijn er wel snijpunten met de x -as 1
 - Vanaf een amplitude van 2,0 (meter) komt de drijver af en toe boven water 1
- of
- Beschrijven hoe op de GR naar de snijpunten van de grafieken van d en w als functie van de tijd t kan worden gezocht (met een waarde voor A) 2
 - Bij $A = 1,9$ zijn er geen snijpunten 1
 - Bij $A = 2,0$ zijn er wel snijpunten 1
 - Vanaf een amplitude van 2,0 (meter) komt de drijver af en toe boven water 1
- 10 maximumscore 4**
- Het invullen van $A = 6$ en $P = 5500$ in de formule geeft $5500 = k \cdot 6^2$ 1
 - Hieruit volgt $k \approx 153$ 1
 - Op de grafiek van $P = 153 \cdot A^2$ liggen de punten (1, 153), (2, 612), (3, 1377), (4, 2448) en (5, 3825) 1
 - Deze punten liggen ook (bij benadering) op de gegeven grafiek (dus P is evenredig met het kwadraat van A) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

11 maximumscore 6

- Bij $A = 6$ zijn vier paren waarden (T, P) afgelezen: $(7, 2400)$, $(10, 3450)$, $(13, 4450)$ en $(16, 5500)$ 2
- $\frac{2400}{7} \approx 343$, $\frac{3450}{10} = 345$, $\frac{4450}{13} \approx 342$ en $\frac{5500}{16} \approx 344$ 2
- Hieruit volgt $P \approx 343 \cdot T$, dus het verband is lineair en rechtevenredig 2

of

- Bij $A = 6$ zijn vier paren waarden (T, P) afgelezen: $(7, 2400)$, $(10, 3450)$, $(13, 4450)$ en $(16, 5500)$ 2
- Bij een toename van T met 3 hoort steeds een toename van P met ongeveer 1030 1
- Er is sprake van een lineair verband, met formule $P = \frac{1030}{3} \cdot T + b$ 1
- Het invullen van bijvoorbeeld $T = 16$ en $P = 5500$ geeft $5500 \approx 5493 + b$ 1
- Hieruit volgt $b \approx 0$, dus het verband is rechtevenredig, met evenredigheidsconstante ≈ 343 1

Opmerking

De afgelezen waarden van P mogen maximaal 50 afwijken.

Snijpunt

12 maximumscore 6

- Opgelost moet worden: $2^{4x+1} = 4 \cdot 4^x$ 1
- Dit geeft $2^{4x+1} = 4^{x+1}$ (of: $2^{4x+1} = 2^2 \cdot 2^{2x}$) 1
- Dus $2^{4x+1} = 2^{2x+2}$ 1
- Dit geeft $4x+1 = 2x+2$ 1
- Hieruit volgt $x = \frac{1}{2}$ 1
- De coördinaten van het snijpunt zijn dus $(\frac{1}{2}, 8)$ 1

Wortelfunctie

13 maximumscore 4

- $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 6x}} \cdot (2x - 6)$ (of een gelijkwaardige vorm) 2
- $f'(7) = \frac{1}{2\sqrt{49 - 42}} \cdot (2 \cdot 7 - 6)$ 1
- De gevraagde helling is $\frac{4}{\sqrt{7}}$ 1

14 maximumscore 5

- $\sqrt{x^2 - 6x} = x - 2$ 1
- Kwadrateren geeft $x^2 - 6x = (x - 2)^2$ 1
- Hieruit volgt $x^2 - 6x = x^2 - 4x + 4$ 1
- Dit geeft $-2x = 4$ (of $2x = -4$), dus $x = -2$ 1
- $f(-2) = 4$ en $g(-2) = -4$. Er is dus geen snijpunt 1

Hyperbool

15 maximumscore 7

- De coördinaten van A en B zijn $(8, 0)$ respectievelijk $(0, 8)$ 1
- De richtingscoëfficiënt van lijn door A en B is gelijk aan -1 1
- Opgelost moet worden $f'(x) = -1$ 1
- $f'(x) = \frac{-1 \cdot (1+x) - 1 \cdot (8-x)}{(1+x)^2} = \frac{-9}{(1+x)^2}$ 2
- $f'(x) = -1$ geeft $x = 2$ ($x = -4$ voldoet niet) 1
- $f(2) = 2$, dus de gevraagde lijn heeft vergelijking $y = -x + 4$ 1

Hoek op cirkelboog

16 maximumscore 6

- Een vergelijking van de cirkel is $(x-1)^2 + y^2 = 50$ 1
- Snijpunten van de cirkel met de y-as zijn $D(0,7)$ en $E(0,-7)$ 1
- Met C de projectie van B op de y-as, $DC = 6$ en $EC = 8$ 1
- $\tan \angle CBD = \frac{6}{8}$, dus $\angle CBD \approx 37^\circ$ 1
- $\tan \angle CBE = \frac{8}{8}$, dus $\angle CBE = 45^\circ$ 1
- Het antwoord: $\angle DBE = 37^\circ + 45^\circ = 82^\circ$ 1

of

- Een vergelijking van de cirkel is $(x-1)^2 + y^2 = 50$ 1
- Snijpunten van de cirkel met de y-as zijn $D(0,7)$ en $E(0,-7)$ 1
- $\angle DBE$ berekenen met de cosinusregel:
 $DE^2 = BD^2 + BE^2 - 2 \cdot BD \cdot BE \cdot \cos \angle DBE$ 1
- $196 = 100 + 128 - 2 \cdot 10 \cdot 8\sqrt{2} \cdot \cos \angle DBE$ 1
- $\cos \angle DBE = \frac{32}{160\sqrt{2}}$ 1
- Het antwoord: $\angle DBE = 82^\circ$ 1