

Voorbeeldexamen vwo A

Zoals aangekondigd in het voorwoord van de verzameling voorbeeldexamenopgaven vwo A verschijnt er, bij deze, ook bij vwo A een voorbeeldexamen. Dit voorbeeldexamen is opgebouwd uit opgaven die ook in de verzameling voorbeeldexamenopgaven zijn opgenomen, aangevuld met (delen van) opgaven uit het (reguliere) examen wiskunde vwo A 2011-1. Zie ook de hierna volgende tabel. Op deze wijze wordt, zo is althans het streven, zichtbaar gemaakt waar verandering en waar continuering van de verschillende domeinen/vaardigheden aan de orde is. Ook hier vragen we weer apart aandacht voor de zogenoemde *korte onderzoekopgave*. Dit opgavetype is nieuw en wordt gekenmerkt door het feit dat er op grond van een gegeven context slechts één vraag gesteld wordt die een redelijk hoge maximum score heeft. De bedoeling van dit type opgave is te komen tot een operationalisering van vaardigheden als analyseren, modelleren, abstraheren en redeneren.

De samenstelling van dit voorbeeldexamen is gebeurd op een wijze die overeenkomt met de manier waarop ook de eerste pilotexamens voor wiskunde vwo A samengesteld zullen worden. Bij de constructie van deze pilotexamens 2012-1 en 2012-2 zal men zich ook baseren op de reguliere examens wiskunde vwo A (van 2012-1 respectievelijk 2012-2 uiteraard). Ook daar wordt getracht zowel verandering als continuering te visualiseren en ook daar zal een korte onderzoekopgave in worden opgenomen. Uiteraard is het voorliggende voorbeeldexamen indicatief van aard: geen enkel examen kan alle in het voorafgaande onderwijs nagestreefde doelen aan de orde stellen.

overzicht voorbeeldexamen vwo A

B Algebra en tellen

B1 Algebra

B2 Telproblemen

D Verandering

D1 Rijen

D2: Helling

D3: Afgeleide

C Verbanden

C1 Functies

C2 Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden

	vraagnr	2011-1	max.score	Domein					
				B1	B2	C1	C2	D1	D2
Dennenhout (afkomstig van 2011-1)	1	1	4			4			
	2	3	4	4					
	3	5	4						4
Containers (deels afkomstig van 2011-1)	4	11	4		4				
	5	12	4			4			
	6	13	3	3					
	7		6					2	4
Remweg (afkomstig van 2011-1)	8	18	3			3			
	9	19	3	3					
	10	21	3			3			
Economische cycli (voorb.ex.opgave C)	11		4			4			
	12		4			4			
	13		4			4			
	14		4			4			
	15		6					6	
Koolstofdatering (voorb.ex.opgave E)	16		3	3					
	17		2	2					
	18		4	4					
	19		4			4			
	20		4	4					
onderzoeksopgave Productie en temp (voorb.ex.opgave J)	21		8			8			
Totaal			85	27		42		16	
Percentage			100%	32%		50%		19%	

voorbeeldexamen wiskunde A

Dit examen bestaat uit 21 vragen.

Voor dit examen zijn maximaal 85 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

OVERZICHT FORMULES

Differentiëren

naam van de regel	functie	afgeleide
somregel	$s(x) = f(x) + g(x)$	$s'(x) = f'(x) + g'(x)$
productregel	$p(x) = f(x) \cdot g(x)$	$p'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
quotiëntregel	$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$q'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
kettingregel	$k(x) = f(g(x))$	$k'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ of $\frac{dk}{dx} = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dx}$

Logaritmen

regel	voorwaarde
${}^s \log a + {}^s \log b = {}^s \log ab$	$g > 0, g \neq 1, a > 0, b > 0$
${}^s \log a - {}^s \log b = {}^s \log \frac{a}{b}$	$g > 0, g \neq 1, a > 0, b > 0$
${}^s \log a^p = p \cdot {}^s \log a$	$g > 0, g \neq 1, a > 0$
${}^s \log a = \frac{p \log a}{p \log g}$	$g > 0, g \neq 1, a > 0, p > 0, p \neq 1$

Dennenhout

Een deel van de bossen in Nederland is bestemd voor de houtindustrie. Voordat een bos wordt gekapt, onderzoekt men meestal eerst hoeveel m^3 hout het bos op zal leveren. Dit gebeurt aan de hand van de diameter en de hoogte van bomen. De diameter van een boom wordt gemeten op een vaste hoogte. Voor het bepalen van de hoeveelheid hout in één boom wordt gebruik gemaakt van de volgende formule:

$$V = f \cdot d^2 \cdot h \text{ met diameter } d \text{ en hoogte } h \text{ beide in m (meter)}$$

In deze formule is V het volume aan hout in de boom in m^3 . De factor f heet de vormfactor. De vormfactor is een getal dat afhangt van de soort boom en de diameter d van de boom.

Een voorbeeld van een boom die gebruikt wordt in de houtindustrie is de grove den (*Pinus sylvestris*). Zie de figuur.

Voor de grove den wordt het verband tussen de vormfactor f en de diameter d (in m) bij benadering gegeven door de volgende formule:

$$f = 0,30 \cdot d^2 - 0,36 \cdot d + 0,46$$

In een bos staat een grove den met een diameter van 0,16 m.

- 4p 1 Bereken hoeveel procent de vormfactor van deze boom afneemt als de diameter van deze boom met 100% toeneemt.

De grootste bekende diameter van een grove den is 1,2 m. Naarmate de diameter van een grove den groter is, is de hoogte ook groter. Voor de grove den geldt bij benadering het volgende verband tussen de hoogte h en de diameter d :

$$h = 44 \cdot d^{0,65}$$

Ook hier is de diameter in m en de hoogte in m.

Op basis van de formule $f = 0,30 \cdot d^2 - 0,36 \cdot d + 0,46$ en de formule $h = 44 \cdot d^{0,65}$ kan de formule $V = f \cdot d^2 \cdot h$ worden geschreven als $V = a \cdot d^{4,65} + b \cdot d^{3,65} + c \cdot d^{2,65}$. Hierin zijn a , b en c constanten.

- 4p 2 Toon aan dat V inderdaad geschreven kan worden als $V = a \cdot d^{4,65} + b \cdot d^{3,65} + c \cdot d^{2,65}$ en bereken a , b en c in twee decimalen nauwkeurig.

De formule voor V is, met afgeronde getallen a , b en c :

$$V = 13 \cdot d^{4,65} - 16 \cdot d^{3,65} + 20 \cdot d^{2,65}$$

figuur



We bekijken de grafiek van V alleen maar voor waarden van d tussen 0 en 1,2.
Iemand beweert dat de grafiek van V op dit stuk toenemend stijgend is.

- 4p **3** Stel de afgeleide functie van V op en toon met de grafiek van deze afgeleide functie aan dat deze bewering juist is.

Containers

In alle havens wordt met containers gewerkt. Daarom moet elke container herkenbaar zijn. Hiervoor is een code ontwikkeld. Elke code is geregistreerd bij de ISO (International Organization for Standardization). Elke container krijgt een nummer bestaande uit 4 letters, 6 cijfers en 1 controlecijfer. Bijvoorbeeld EMCU 315579 1.

Het containernummer bestaat uit 3 delen:

- de eerste drie letters zijn vrij te kiezen uit het alfabet, de vierde is de U van unit;
- de eerste 6 cijfers vormen het serienummer;
- het laatste cijfer is een controlecijfer, dat op een ingewikkelde manier rechtstreeks afhangt van de eerste zes cijfers en dus vastligt.



4p 4 Bereken het aantal verschillende containernummers.

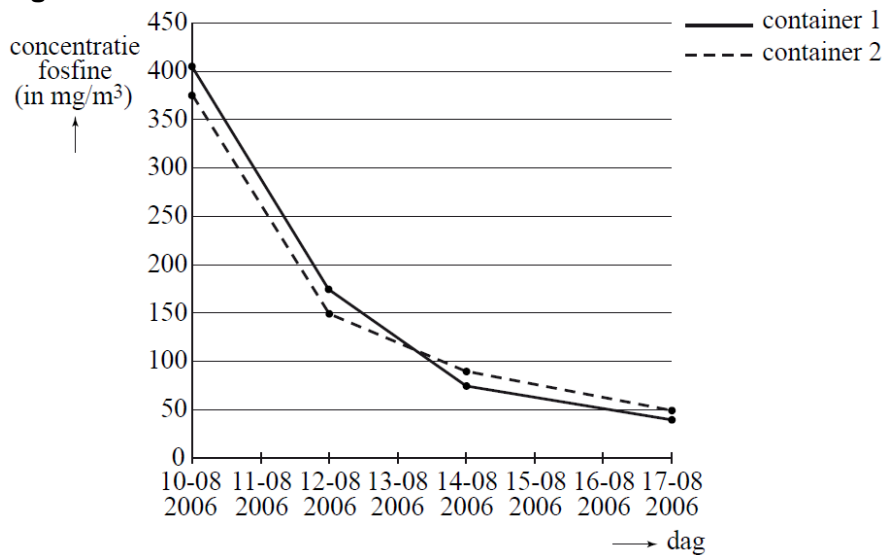
Voor de verscheping worden de containers **gegast**. De lading en ook de pallets waarop de goederen liggen, kunnen drager zijn van schadelijke parasieten en schimmels en daarom wordt een dodelijk gas in hoge concentratie in de container aangebracht.

Het RIVM¹⁾ heeft in opdracht van de VROM-Inspectie²⁾ in 2006 een onderzoek uitgevoerd naar de concentraties van gassingsmiddelen. In dit onderzoek werden 2 containers gegast met de stof fosfine. Door kleine ventilatieopeningen in de container nam de concentratie fosfine geleidelijk af. In de figuur zie je het verloop van de concentratie fosfine.

noot 1 RIVM: Rijksinstituut voor Volksgezondheid en Milieu

noot 2 VROM: Volkshuisvesting, Ruimtelijke Ordening en Milieubeheer

figuur



De concentratie van het gas fosfine in container 1 is bij benadering te beschrijven met een dalend exponentieel verband.

- 4p 5 Bereken met behulp van de figuur met hoeveel procent de concentratie fosfine in container 1 per dag afneemt.

In container 2 is ook sprake van exponentiële afname. Het RIVM geeft in zijn rapport de volgende formule hiervoor:

$$C = 0,75^{t-20,6}$$

Hierbij is C de concentratie fosfine in mg/m^3 en t de tijd in dagen na 10 augustus 2006.

Het RIVM had de formule ook op een andere wijze kunnen geven: bijvoorbeeld in de vorm $C = b \cdot g^t$ met b en g constanten.

- 3p 6 Schrijf de formule van het RIVM voor de afname van het gas in container 2 in de vorm $C = b \cdot g^t$.

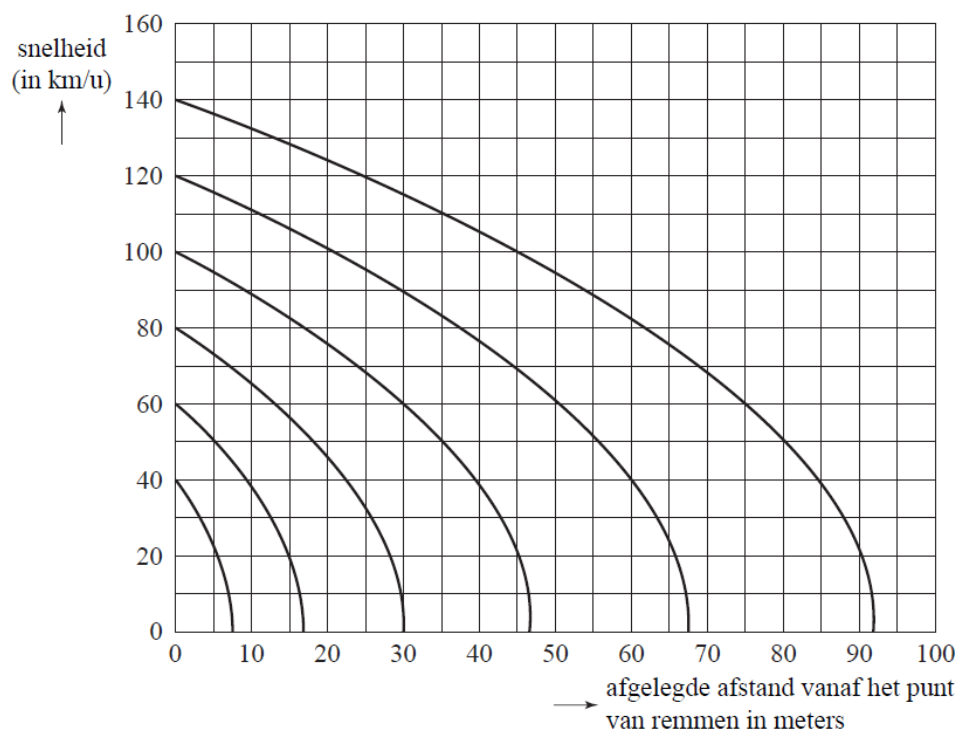
Op een bepaald moment neemt de concentratie fosfine in container 2 volgens de formule $C = 0,75^{t-20,6}$ af met een snelheid van $2,84 \text{ mg/m}^3$ per dag.

- 6p 7 Bereken met behulp van de afgeleide van $C = 0,75^{t-20,6}$ hoeveel uur dat is na het begintijdstip $t = 0$.

Remweg

Wanneer een automobilist op de rem trapt, zal de snelheid van de auto afnemen. In figuur 1 is voor beginsnelheden van 40, 60, 80, 100, 120 en 140 km per uur het verband weergegeven tussen de snelheid van een auto en de afgelegde afstand vanaf het punt waarop begonnen is met remmen.

figuur 1



In figuur 1 kun je bijvoorbeeld aflezen dat een auto die gaat remmen met een beginsnelheid van 120 km per uur na 20 m nog een snelheid heeft van (ongeveer) 101 km per uur.

Je zou kunnen zeggen dat bij een beginsnelheid van 120 km per uur de auto na 20 m remmen (ongeveer) 16% in snelheid is gedaald.

- 3p 8 Bereken hoeveel procent de snelheid van de auto is gedaald na 20 m remmen bij een beginsnelheid van 80 km per uur.

De bovenste grafiek in figuur 1 hoort bij een beginsnelheid van 140 km per uur. Voor deze grafiek wordt het verband tussen de snelheid en de afgelegde afstand vanaf het punt van remmen gegeven door de volgende formule:

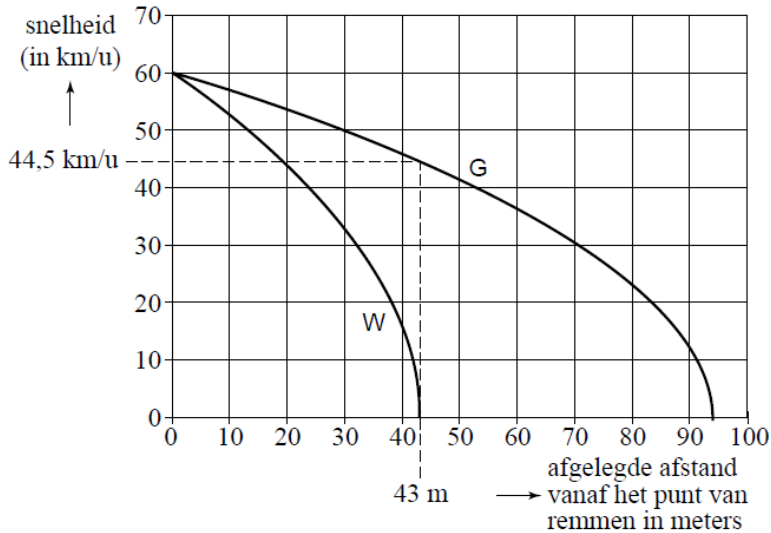
$$v = \sqrt{a + b \cdot x}$$

In deze formule is v de snelheid in km per uur en x de afgelegde afstand vanaf het punt van remmen. In de formule zijn a en b constanten.

- 3p 9 Bereken de waarden van deze twee constanten bij een beginsnelheid van 140 km per uur.

De grafieken in figuur 1 gelden voor gewone banden op een droge weg. Op een besneeuwde weg wordt de remweg aanzienlijk langer. Daarom rijden sommige automobilisten 's winters op winterbanden. Winterbanden zorgen ervoor dat op een besneeuwde weg de remweg veel korter is dan bij gewone banden. We laten op hetzelfde moment twee auto's met beginsnelheid 60 km per uur remmen op een besneeuwde weg. De ene auto heeft gewone banden (auto G), de andere auto heeft winterbanden (auto W).

figuur 2



In figuur 2 kunnen we aflezen dat auto W een remweg heeft van ongeveer 43 m. Op het tijdstip dat de auto W tot stilstand komt, heeft auto G nog een behoorlijke snelheid.

Alex, Bernhard en Cynthia doen alle drie een bewering over die snelheid.

Alex: "De snelheid op dat tijdstip is zeker groter dan 44,5 km per uur."

Bernhard: "De snelheid op dat tijdstip is ongeveer gelijk aan 44,5 km per uur."

Cynthia: "De snelheid op dat tijdstip is zeker kleiner dan 44,5 km per uur."

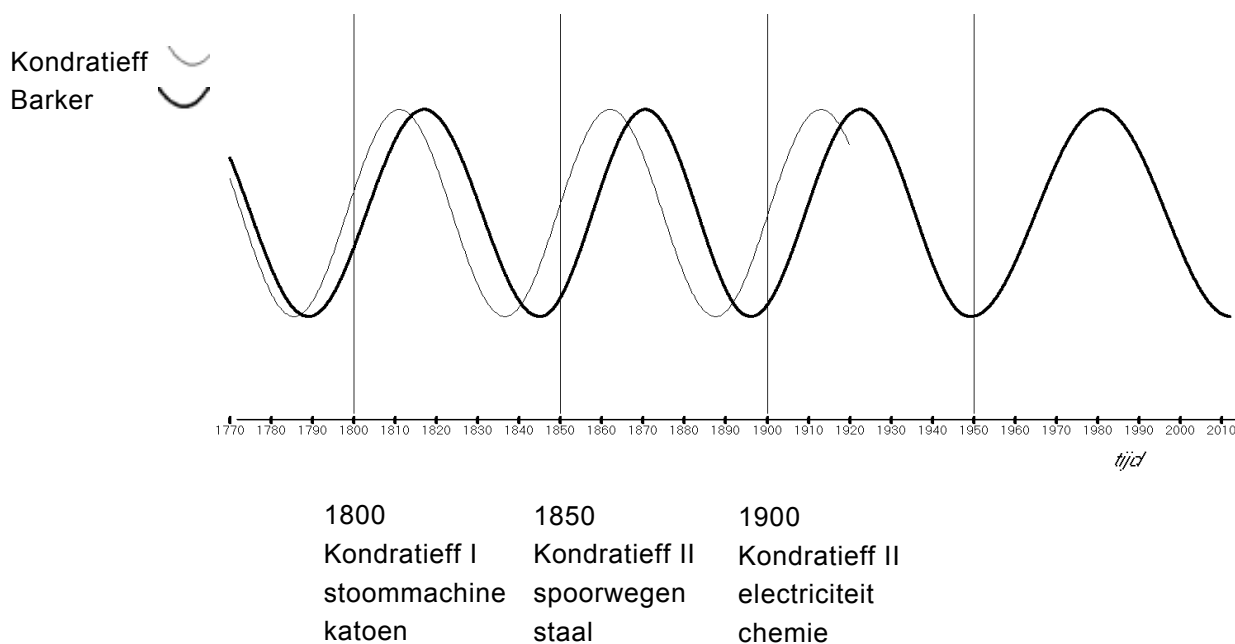
3p **10** Leg uit waarom Cynthia gelijk heeft.

Economische cycli

Golfbewegingen volgens Kondratieff en Barker

In de economie komen vaak golfbewegingen voor: het gaat afwisselend beter en slechter met de economie. Economen proberen deze golfbewegingen te analyseren, onder andere om een volgende economische crisis te kunnen voorspellen. In november 2010 stond hierover een artikel in dagblad *Trouw*. In figuur 1, gebaseerd op dit artikel, zijn twee verschillende golfbewegingen te zien. De golfbewegingen staan ook op de uitwerkbijlage.

figuur 1



De Russische econoom Kondratieff presenteerde rond 1920 de theorie dat er in de (kapitalistische) wereldeconomie golven of cycli voorkomen met een periode tussen de 50 en 60 jaar: na grote technische vernieuwingen leeft de economie steeds op, om een aantal jaren later weer in een crisis of slechte tijd te belanden.

In figuur 1 is onder andere de golfbeweging volgens Kondratieff getekend tot 1920. Als je deze golfbeweging met dezelfde vaste periode ook na 1920 voortzet, wordt de crisis van 2009 hiermee niet goed voorspeld.

4p 11 Laat met een redenering gebaseerd op figuur 1 zien dat 2009 volgens Kondratieff niet in een periode van economische neergang zit.

De Amerikaanse beursanalist Barker gaat uit van een iets andere golfbeweging. Ook de golfbeweging volgens Barker is in figuur 1 getekend. Vanaf het dieptepunt in 1949 heeft de golfbeweging volgens Barker een periode die constant is.

In figuur 1 is te zien dat de golfbewegingen volgens Kondratieff en Barker steeds meer van elkaar gaan verschillen. In bepaalde perioden laten de beide grafieken zelfs een tegengestelde beweging van de economie zien: de grafiek volgens Barker stijgt, terwijl die van Kondratieff daalt of andersom.

- 4p **12** Onderzoek met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage in welke perioden tussen 1950 en 2050 de grafieken van Kondratieff en Barker een tegengestelde beweging van de economie laten zien.

De golfbeweging volgens Barker kan vanaf het dieptepunt in 1949 benaderd worden met de formule:

$$B = \sin\left(\frac{2\pi}{63}(t - 1965)\right) \text{ met } t \text{ het jaartal}$$

Omdat we hier alleen het stijgen en dalen van de golfbeweging bekijken, doet het er niet toe welke evenwichtsstand en welke amplitude we kiezen. In deze formule is gekozen voor evenwichtsstand 0 en amplitude 1.

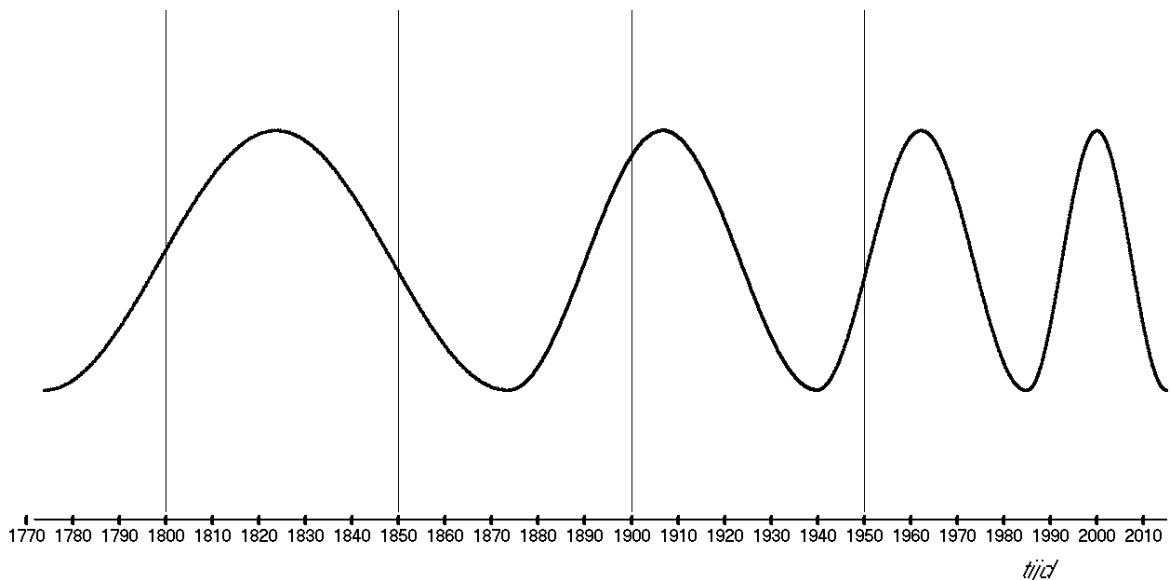
Voor de golfbeweging volgens Kondratieff kan een soortgelijke formule opgesteld worden.

- 4p **13** Stel een formule voor de golfbeweging volgens Kondratieff op.

Golfbeweging volgens Smihula

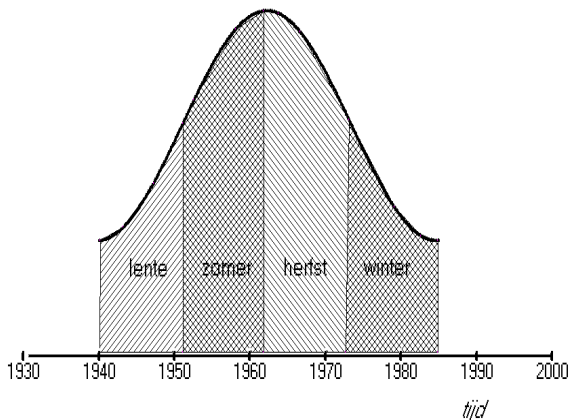
In figuur 2 is een derde grafiek getekend: de Slowaakse onderzoeker Smihula ging ook uit van golfbewegingen in de economie, maar volgens hem wordt de periode van deze golven steeds korter. Volgens Smihula begint en eindigt een golf bij een dieptepunt.

figuur 2



In onderstaande figuur 3 zie je de golf volgens Smihula tussen 1940 en 1985. De periode van deze golf is verdeeld in vier gelijke delen: deze delen worden respectievelijk lente, zomer, herfst en winter genoemd.

figuur 3



lente: invloedrijke innovatie trekt economie uit dal;
zomer: bloei van de economie tot oververhitting;
herfst: economie koelt af, koersen stijgen, inflatie daalt, zeepbel opgebouwd;
winter: zeepbel knapt, economische crisis

De volgende golf volgens Smihula loopt van 1985 tot 2015. De periode van deze golf is tweederde van de periode van de vorige golf. Neem aan dat dit zich na 2015 zo voortzet, dus dat elke nieuwe golf een periode heeft die tweederde is van de vorige.

- 4p **14** Bereken in welk "seizoen" (lente, zomer, herfst, winter) het jaar 2040 volgens Smihula zal vallen.

Als elke nieuwe golf een periode heeft die tweederde is van de vorige, worden de perioden op den duur erg kort. Het is de vraag of dit realistisch is.

- 6p **15** Bereken in welk jaar er volgens deze regelmaat voor het eerst een periode begint die korter is dan één jaar.

Koolstofdatering

Koolstofdatering is een manier om de ouderdom van organisch materiaal te bepalen, bijvoorbeeld van hout, plantenresten of botten. In levende organismen komt naast de gewone, niet-radioactieve vorm van koolstof C-12 ook het radioactieve C-14 voor en wel in een bepaalde verhouding tot C-12. Na de dood van het organisme zal de hoeveelheid C-14 door radioactief verval exponentieel afnemen. Door te meten hoeveel C-14 er nog over is, kan men de ouderdom van het organische materiaal bepalen.

Voor de afname van de hoeveelheid C-14 geldt de volgende formule:

$$Q = 100 \cdot g^t$$

Hierin is Q de relatieve huidige hoeveelheid C-14 (als percentage van de oorspronkelijke hoeveelheid C-14), g de jaarlijkse groefactor en t de ouderdom van het organische materiaal in jaren.

De halfwaardetijd, ook wel halveringstijd genoemd, van C-14 is 5730 jaar. Hiermee kunnen we berekenen dat $g \approx 0,99988$.

3p 16 Bereken de waarde van g in zes decimalen nauwkeurig.

De methode van koolstofdatering is niet bruikbaar voor materiaal ouder dan 60000 jaar, omdat de hoeveelheid C-14 dan te klein is om te meten.

2p 17 Bereken hoeveel procent van de oorspronkelijke hoeveelheid C-14 nog over is na 60000 jaar. Rond je antwoord af op honderdsten van procenten.

De formule $Q = 100 \cdot 0,99988^t$ kan, bij benadering, herschreven worden tot de volgende formule:

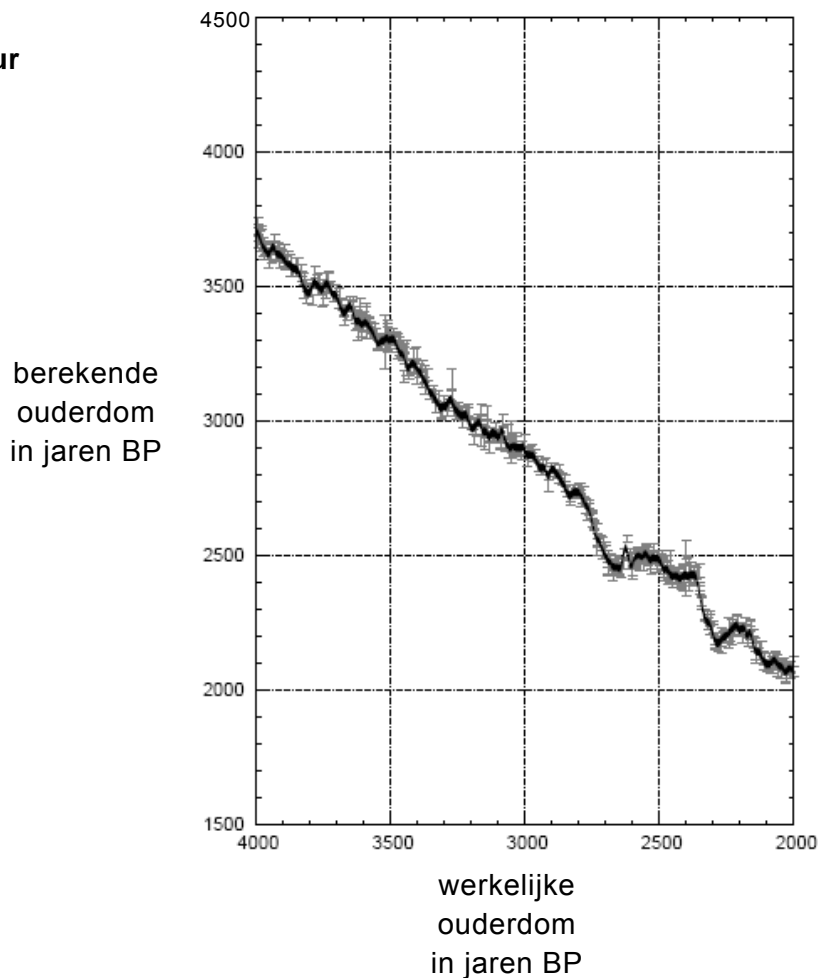
$$t = \frac{\ln(Q) - 4,6052}{-0,00012}$$

4p 18 Laat dit zien.

De ouderdom die men met de formule $t = \frac{\ln(Q) - 4,6052}{-0,00012}$ berekent, is niet de

werkelijke ouderdom. In de volgende figuur zie je een gedeelte van de zogenoemde **calibratiecurve**, dat is een grafiek waarmee men de berekende ouderdom om kan zetten in de werkelijke ouderdom. Deze calibratiecurve is gemaakt door de hoeveelheid C-14 te bepalen in materiaal waarvan de ouderdom ook op een andere manier bekend was. De figuur staat vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur



Langs de verticale as is de berekende ouderdom uitgezet. Deze wordt uitgedrukt in jaren BP, “Before Present” (vóór heden). Hiermee wordt in dit verband altijd bedoeld: het aantal jaren vóór 1950, zodat het niet nodig is te weten in welk jaar het onderzoek is gedaan. Langs de horizontale as staat de werkelijke ouderdom, ook in jaren BP, dus in jaren vóór 1950.

Bij Vlaardingen is een kano gevonden, gemaakt van een uitgeholde boomstam. Om de ouderdom van deze kano te bepalen wordt de hoeveelheid C-14 gemeten. Het blijkt dat er nog 73,19% over is van de oorspronkelijke hoeveelheid C-14.

4p **19** Bereken in welk jaar deze kano gemaakt is.

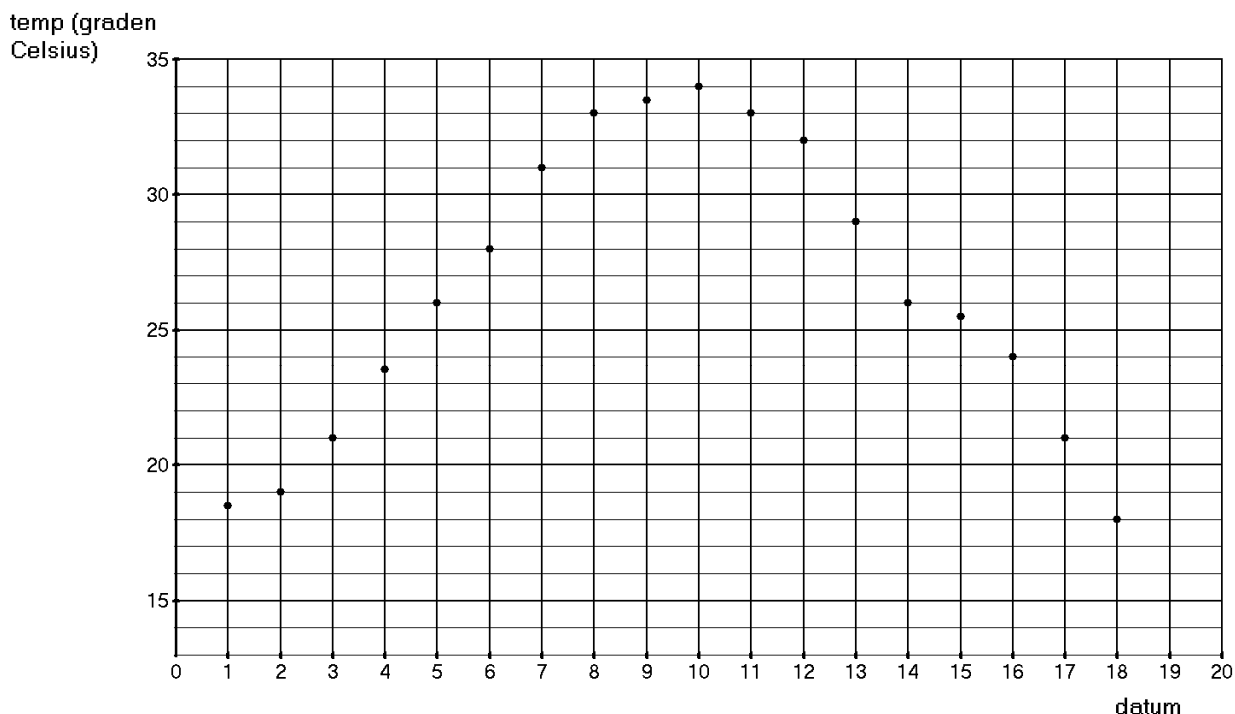
De curve van de figuur verloopt vooral rechtsonder grillig, doordat er voor deze periode veel materiaal beschikbaar was om de curve te maken. Voor het oudste deel van de calibratiecurve is niet zoveel materiaal beschikbaar. Voor een bepaald gedeelte heeft men alleen de volgende gegevens: bij een berekende ouderdom van 20 550 BP hoort een werkelijke ouderdom van 22 650 voor Chr. en bij een berekende ouderdom van 19 925 BP hoort een werkelijke ouderdom van 21 925 voor Chr. Men neemt aan dat de calibratiecurve tussen deze twee punten volgens een rechte lijn verloopt.

4p **20** Bereken, uitgaande van die rechte lijn, de werkelijke ouderdom van een stuk hout waarvan de berekende ouderdom 20 100 BP is. Rond je antwoord af op tientallen jaren.

Productie en temperatuur

Op een industrieterrein wordt elke dag de maximumtemperatuur gemeten. In onderstaande grafiek zijn de meetresultaten voor juni 2010 weergegeven.

grafiek



Een groot bedrijf op dit industrieterrein produceert materiaal. De productie van dit materiaal is afhankelijk van de buitentemperatuur. In onderstaande tabel kun je terugvinden hoeveel er per dag in diezelfde periode geproduceerd is (in tonnen).

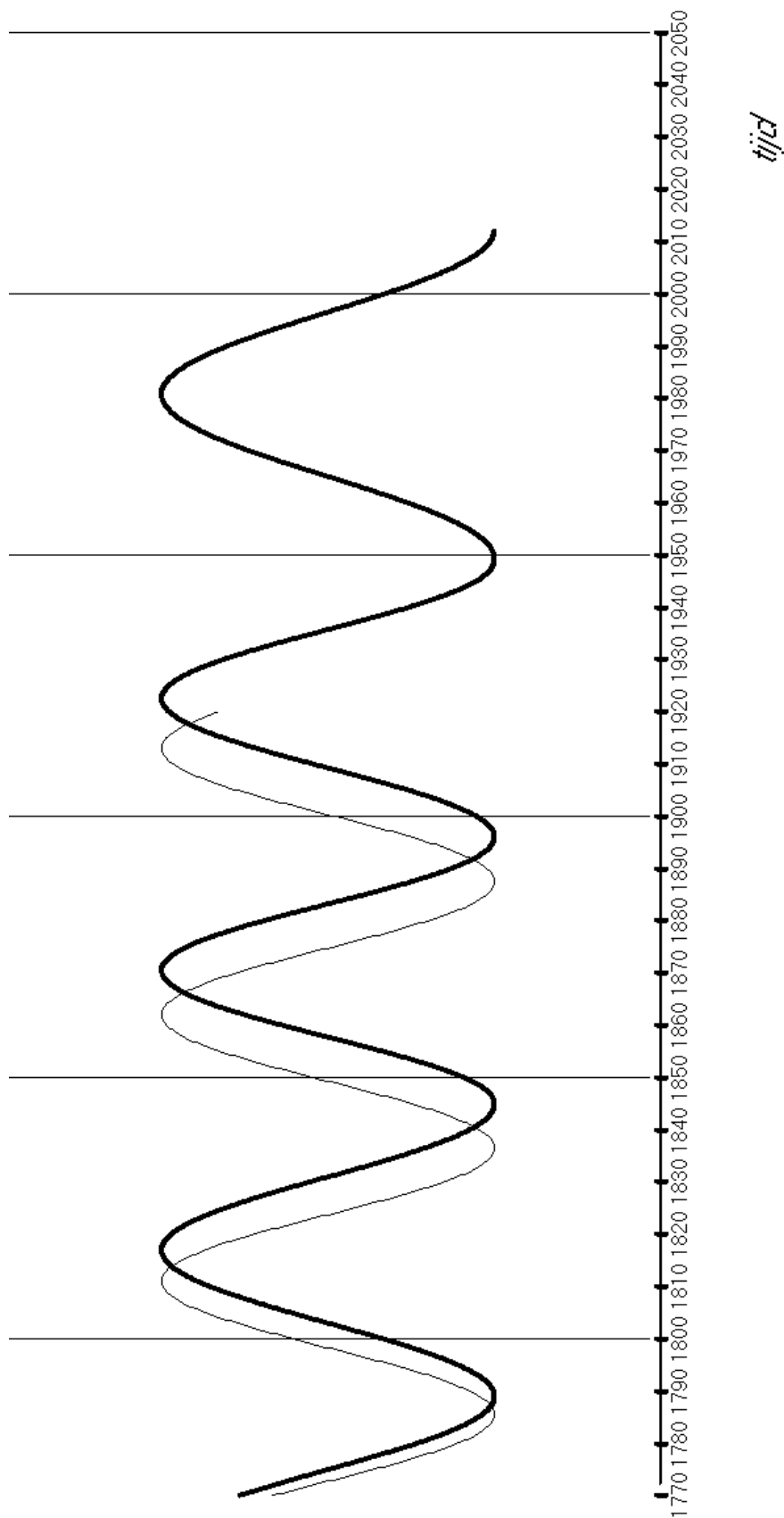
tabel

dag	datum	productie	dag	datum	productie	dag	datum	productie
			ma	7 juni	1007	ma	14 juni	1012
di	1 juni	1032	di	8 juni	1004	di	15 juni	1017
wo	2 juni	1030	wo	9 juni	1002	wo	16 juni	1021
do	3 juni	1026	do	10 juni	1001	do	17 juni	1026
vr	4 juni	1022	vr	11 juni	1001	vr	18 juni	1029

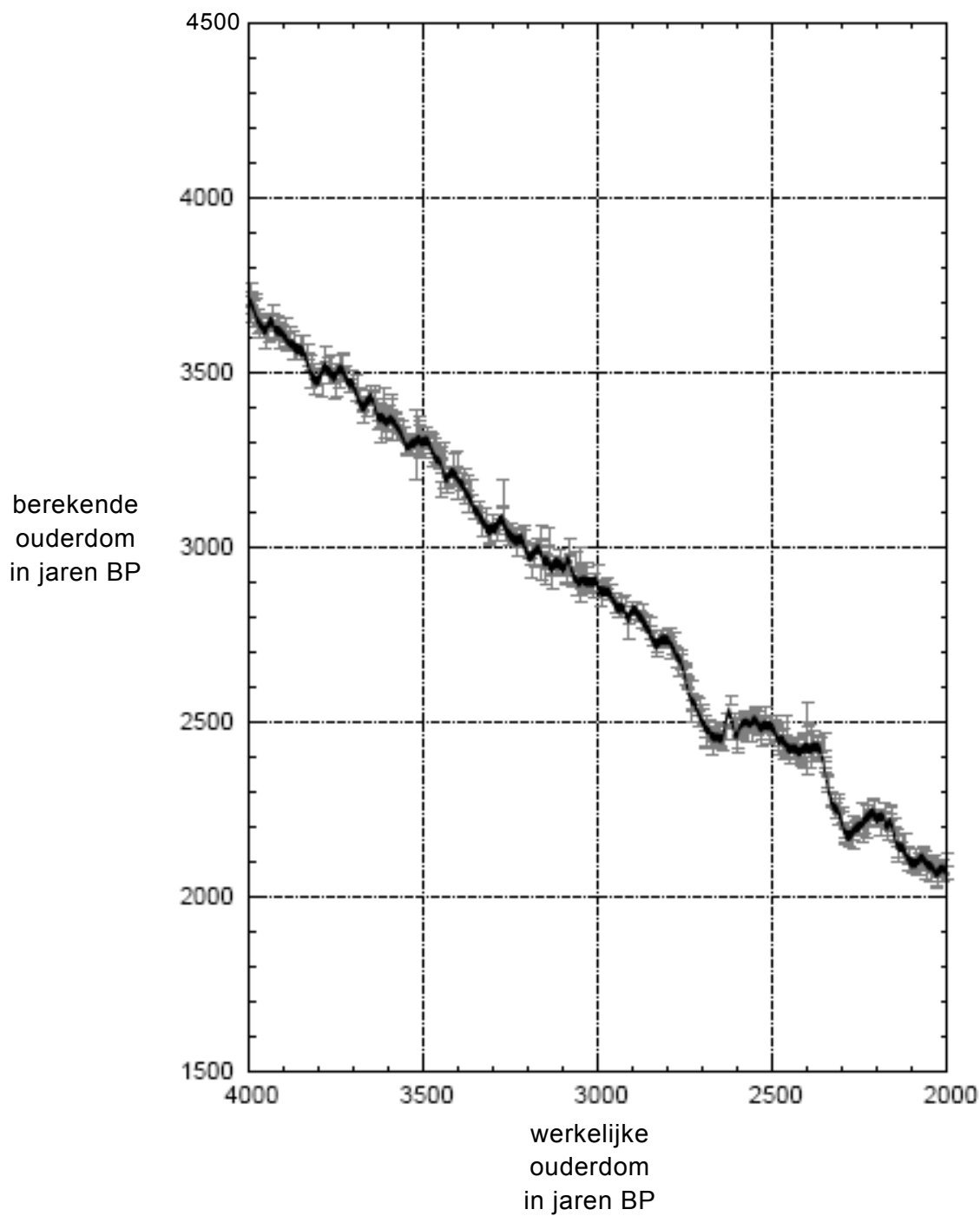
Een medewerker van de afdeling planning wil het verband tussen de maximumtemperatuur T en de productie P bestuderen. Hij wil daarbij dit verband in een zo eenvoudig mogelijke en goed passende formule uitdrukken.

8p **21** Stel een dergelijke formule op en licht je antwoord toe.

Uitwerkbijlage bij Economische cycli



Uitwerkbijlage bij Koolstofdatering



Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
 - 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
 - 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
 - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
 - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 85 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt afgetrokken tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Dennenhout

- 1 **maximumscore 4**
 - De nieuwe diameter is 0,32 m 1
 - $d = 0,16$ invullen geeft 0,410 (of nauwkeuriger) 1
 - $d = 0,32$ invullen geeft 0,376 (of nauwkeuriger) 1
 - Dat is een afname van 8% (of nauwkeuriger) 1
- 2 **maximumscore 4**
 - $V = (0,30 \cdot d^2 - 0,36 \cdot d + 0,46) \cdot d^2 \cdot 44 \cdot d^{0,65}$ 1
 - $V = 0,30 \cdot 44 \cdot d^{4,65} - 0,36 \cdot 44 \cdot d^{3,65} + 0,46 \cdot 44 \cdot d^{2,65}$ 1
 - $a = 13,20$, $b = -15,84$ en $c = 20,24$ 2

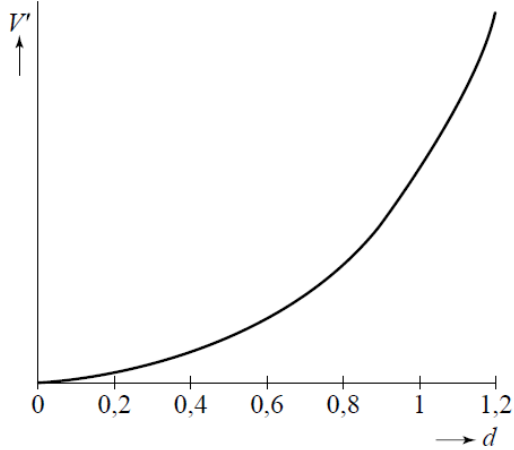
Opmerking

Als voor de constante a de waarde 13,2 als antwoord gegeven wordt, geen scorepunten hiervoor in mindering brengen.

3 maximumscore 4

- $V' = 60,45 \cdot d^{3,65} - 58,4 \cdot d^{2,65} + 53 \cdot d^{1,65}$ 1
- Een schets of beschrijving van de grafiek van de afgeleide 1
- V' is op het interval $[0; 1,2]$ positief dus V is stijgend 1
- V' is op het interval $[0; 1,2]$ stijgend dus V is toenemend stijgend 1

Voorbeeld van een grafiek van de afgeleide



Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Containers

4 maximumscore 4

- Er zijn $26 \cdot 26 \cdot 26$ beginletters 1
- Er zijn 10^6 verschillende cijfercombinaties (of $10^6 - 1$) 1
- Het aantal verschillende containernummers is dus $26^3 \cdot 10^6$ 1
- Het antwoord: $1,76 \cdot 10^{10}$ (of nauwkeuriger) verschillende containernummers 1

5 maximumscore 4

- De groeifactor per 7 dagen is $\frac{40}{400} = 0,1$ 1
- De groeifactor per dag: $0,1^{\frac{1}{7}} \approx 0,72$ (of nauwkeuriger) 2
- Afname van 28% per dag (of nauwkeuriger) 1

Opmerkingen

Bij elke goede berekening gebaseerd op 2 andere meetpunten uit de grafiek geen scorepunten in mindering brengen.

Bij aflezen in de grafiek is een maximale afleesmarge in de concentratie van 10 mg/m^3 toegestaan.

6 maximumscore 3

- $C = 0,75^t \cdot 0,75^{-20,6}$ 2
- $C = 375 \cdot 0,75^t$ 1

Opmerking

Als een kandidaat een aanpak hanteert waarbij meetpunten danwel met de formule gevonden waarden gebruikt worden om de gevraagde exponentiële vorm te bepalen, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

7 maximumscore 6

- Het opstellen van de afgeleide $C' = 0,75^{t-20,6} \cdot \ln(0,75)$ 1
- De vergelijking $0,75^{t-20,6} \cdot \ln(0,75) = -2,84$ moet worden opgelost 2
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De oplossing $t \approx 12,64$ (of nauwkeuriger) 1
- Het antwoord: 303 (of 304) uur 1

Remweg

8 maximumscore 3

- De snelheid na 20 m is 47 km per uur volgens de grafiek 1
- De daling bedraagt 33 km per uur 1
- Het antwoord: 41% (of nauwkeuriger) 1

Opmerking

De toegestane afleesmarge is 2 km per uur.

9 maximumscore 3

- Het kiezen van twee geschikte punten, bijvoorbeeld (0, 140) en (92, 0) 1
- $a = 19600$ 1
- $b = -213$ (of nauwkeuriger) 1

Opmerking

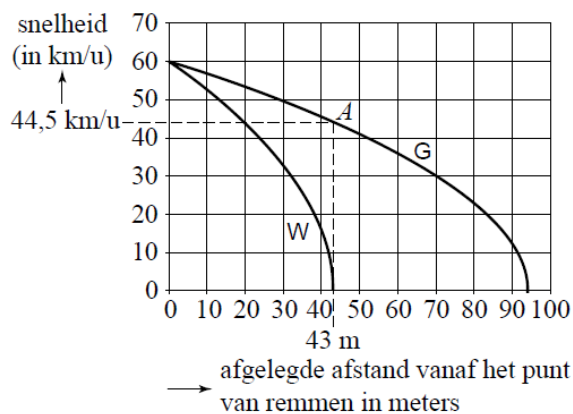
De toegestane afleesmarge is 2 eenheden.

10 maximumscore 3

- Auto G rijdt voortdurend harder dan auto W 1
- Auto G heeft dus meer dan 43 m afgelegd als auto W tot stilstand komt 1
- De snelheid van auto G is dan kleiner dan 44,5 km per uur dus Cynthia heeft gelijk 1

of

- Auto G rijdt voortdurend harder dan auto W 1
- Wanneer auto W tot stilstand komt, is auto G het punt A (zie tekening) al gepasseerd 1



- De snelheid van auto G is dan kleiner dan 44,5 km per uur dus Cynthia heeft gelijk 1

Economische cycli

11 maximumscore 4

- Aflezen uit de figuur: de periode is ongeveer 51 jaar 1
- In $1913 + 2 \times 51 = 2015$ is er een maximum 1
- In 1989 (of 1990) is er een minimum 1
- Het crisisjaar 2009 ligt vlak voor de top, (dus ligt 2009 niet in een periode van economische neergang) 1

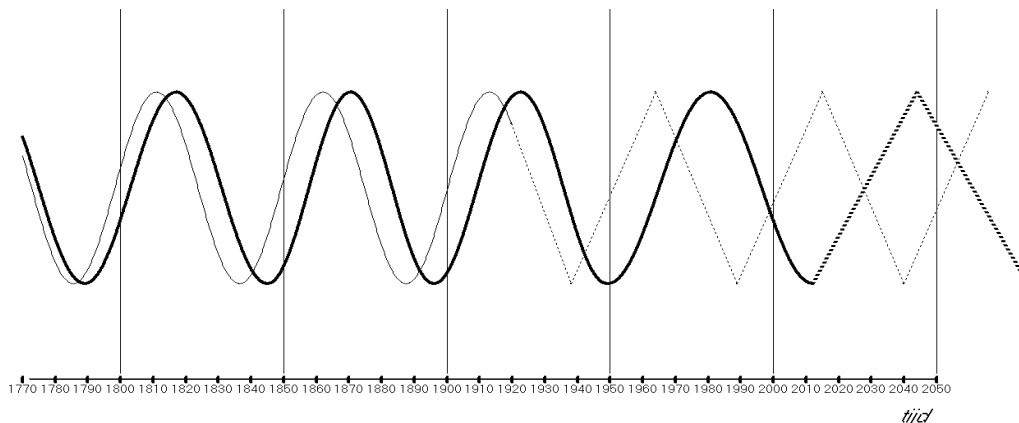
Opmerking

Voor de aflezingen mag bij deze en de volgende vraag een marge van 1 jaar gehanteerd worden.

12 maximumscore 4

- Tussen 1950 en 2050 heeft de golfbeweging volgens Barker maxima voor $t \approx 1981$ en $t \approx 2044$ en een minimum voor $t \approx 2012$ 1
- Tussen 1950 en 2050 heeft de golfbeweging volgens Kondratieff maxima voor $t \approx 1964$ en $t \approx 2015$ en minima voor $t \approx 1989$ en $t \approx 2040$ 1
- Een (rudimentaire) schets van beide grafieken (zie hieronder) of een toelichting 1
- Het antwoord: in de perioden 1964 tot 1981; 1989 tot 2012; 2015 tot 2040 en 2044 tot 2050 1

voorbeeld van een schets



13 maximumscore 4

- Een periode van 51 jaar geeft $c = \frac{2\pi}{51}$ 1
- Een beginwaarde is bijvoorbeeld $1913 + 0,75 \times 51 \approx 1951$ 1
- Een juiste formule, bijvoorbeeld $K = \sin\left(\frac{2\pi}{51}(t - 1951)\right)$ 2

14 maximumscore 4

- De twee volgende perioden duren 20 resp. 13,3 jaar 1
- 2040 valt in de periode van 2035 tot 2048 1
- Het verdelen van deze periode in vier delen 1
- Het antwoord: 2040 valt in de “zomer” 1

Vraag	Antwoord	Scores
15	maximumscore 6	
	• De lengten van de perioden vormen een meetkundige rij met factor $\frac{2}{3}$	1
	• Een aanpak als: een tabel maken bij de formule $P = 30 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$	1
	• De 9e periode na 2015 is de eerste periode die korter is dan één jaar	1
	• Aangeven dat de som van de eerste acht perioden na 2015 berekend moet worden	1
	• Die som is 57,7 jaar (of nauwkeuriger)	1
	• $2015 + 57,7 \approx 2072,7$, dus in het jaar 2072 (begint de 1e periode korter dan een jaar)	1

Koolstofdatering

16 maximumscore 3

- $100 \cdot g^{5730} = 50$ 1
- Beschrijven hoe bovenstaande vergelijking wordt opgelost 1
- Het antwoord: 0,999879 1

17 maximumscore 2

- $Q = 100 \cdot 0,99988^{60000}$ 1
- Het antwoord: 0,07(%) 1

18 maximumscore 4

- Uit $Q = 100 \cdot 0,99988^t$ volgt: $0,99988^t = \frac{Q}{100}$ 1
- $t = \frac{\ln\left(\frac{Q}{100}\right)}{\ln(0,99988)}$ 1
- $t = \frac{\ln(Q) - \ln(100)}{\ln(0,99988)}$ 1
- Dit is, bij benadering, gelijk aan $t = \frac{\ln(Q) - 4,6052}{-0,00012}$ 1

19 maximumscore 4

- $Q = 73,19$ geeft $t = \frac{\ln(73,19) - 4,6052}{-0,00012}$ 1
- $t \approx 2600$ (jaar BP) (of nauwkeuriger) 1
- In de figuur aflezen dat bij een berekende ouderdom van 2600 BP een werkelijke ouderdom van (ongeveer) 2750 BP hoort 1
- $2750 - 1950 = 800$ dus 800 voor Chr. (of nauwkeuriger) 1

20 maximumscore 4

- $20550 - 19925 = 625$ (jaar) en $22650 - 21925 = 725$ (jaar) 1
- De ouderdom is $21925 + \frac{175}{625} \cdot 725$ (jaar voor Chr.) 2
- $21925 + 203 = 22128$ dus 22130 voor Chr. 1

Productie en temperatuur

21 maximumscore 8

- Maximumtemperatuur en 'bijbehorende' productie via een tabel aan elkaar koppelen:

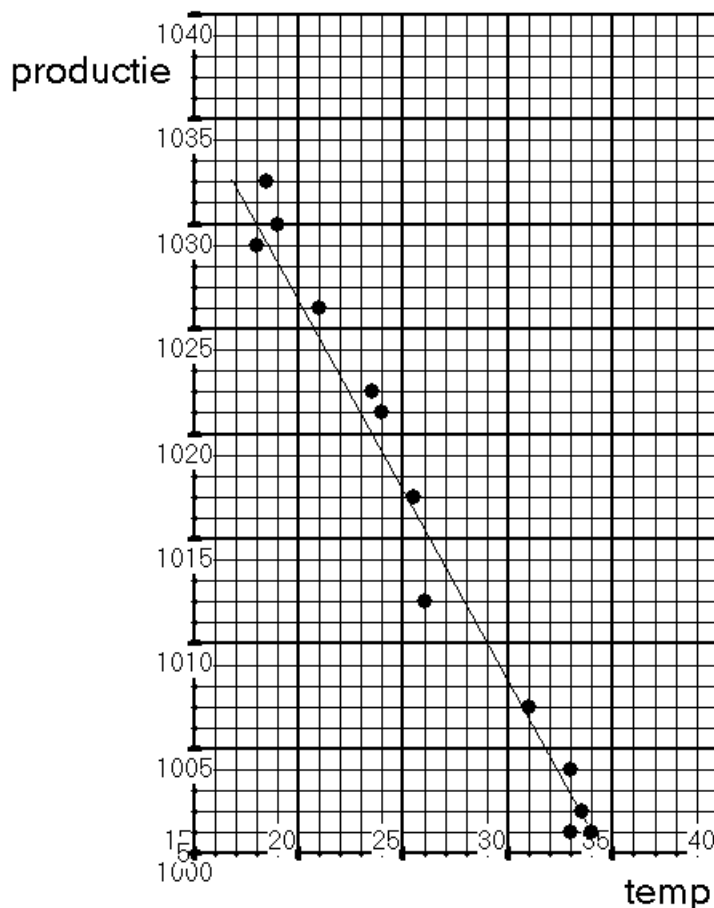
4

max.temp	productie	max.temp	productie	max.temp	productie
		31	1007	26	1012
18,5	1032	33	1004	25,5	1017
19	1030	33,5	1002	24	1021
21	1026	34	1001	21	1026
23,5	1022	33	1001	18	1029

- Temperatuur en productiegegevens in een grafiek plaatsen
- Het tekenen van een lijn die het verband benadert

1

1



- Opstellen van een vergelijking, bijvoorbeeld $P = -1,7 \cdot T + 1060$

2