Voorbeeldexamenopgaven VWO versie 6

2011

wiskunde C

Overzicht (sub)domeinen in de voorbeeldexamenopgaven wis C

(sub)domeinen in het CE-programma
A1: Algemene vaardigheden De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.
A2: Profielspecifieke vaardigheden De kandidaat herkent de betekenis van wiskunde in maatschappij, cultuur en geschiedenis en kan deze in concrete situaties beschrijven.
A3: Wiskundige vaardigheden De kandidaat beheerst de bij het eindexamenprogramma passende rekenkundige, algebraïsche en deductieve vaardigheden en kan de bewerkingen uitvoeren zonder ICT en waar nodig met ICT.
B1:Rekenen en algebra De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en variabelen en kan daarbij gebruik maken van rekenkundige en algebraïsche basisbewerkingen.
B2:Telproblemen De kandidaat kan telproblemen structureren en schematiseren en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen.
C: Verbanden De kandidaat kan van eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties, machtsfuncties, exponentiële functies en logaritmische functies de verschillende representaties doelgericht gebruiken, kan bijbehorende vergelijkingen oplossen, waar nodig met behulp van ICT, en kan periodieke verschijnselen beschrijven.
D: Veranderingen De kandidaat kan het veranderingsgedrag van eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties, machtsfuncties, exponentiële functies en logaritmische functies en de regelmaat in rijen doelgericht beschrijven en gebruiken.
F: Logisch redeneren De kandidaat kan logische redeneringen analyseren op correct gebruik.
G: Vorm en ruimte De kandidaat kan van een ruimtelijk object aanzichten en perspectieftekeningen maken, er berekeningen aan uitvoeren en conclusies trekken over vorm en oppervlakte van zo'n object.

Overzicht vragen per (sub)domein

Opgave	A3	B1	B2	C	D	F	G
Androgynie-index	1,2,4			1,3			
Bratkakasten							1,2,3,4
Controle nieuwbouw	4	1,2		2,3,4			
Eerlijk stemmen	1,3,6	2,3,4		5	6		
Groenbelegging		1,3		1,2,3			
Hoedje van papier							1,2,3,4
Isoleerkan	1			1,2,3,4,5,6			
Misdrijven	2	1,3,4		5			
Enquête	2,3,4		1	2			
Ons kent ons						1,2,3,4	
Overdekbare rechthoeken	3,4		3				1,2,3,4
Regelmaat	1,2,3		4	1,3			2,3
Restzetels	3	1,2,3,4					
Spannend			2			1,2	
Steeds meer rechthoeken				4			1,2,3,4,5
Trein							1,2,3
Vakanties		1,3,4		2,3,4			
Verhoudingen				3,4	1,2		

NB: domein B2 en D vooral vertegenwoordigd in de ‘oude’ opgaven (overlap pilot-examen)

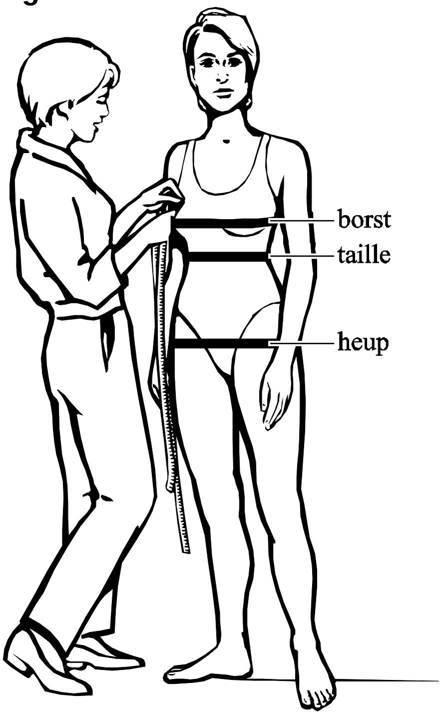
Androgynie-index

Van veel mensen zoals fotomodellen, kledingmodellen, acteurs, actrices en atleten wordt beweerd dat ze een ‘goed figuur’ hebben. Maar wanneer kun je spreken van een ‘goed figuur’? Om een ‘goed figuur’ van mannen en vrouwen in een getal uit te kunnen drukken, hanteert men de zogenoemde *androgynie-index*. De *androgynie-index* wordt als volgt berekend:

$$\text{androgynie-index} = \frac{t}{\sqrt{h \times b}}$$

Hierin is b de borstmaat in cm, t de taillemaat in cm en h de heupmaat in cm. Deze maten worden gemeten door een meetlint rond het lichaam te passen op de hoogte van de borst, taille respectievelijk heup. Zie figuur 1.

figuur 1

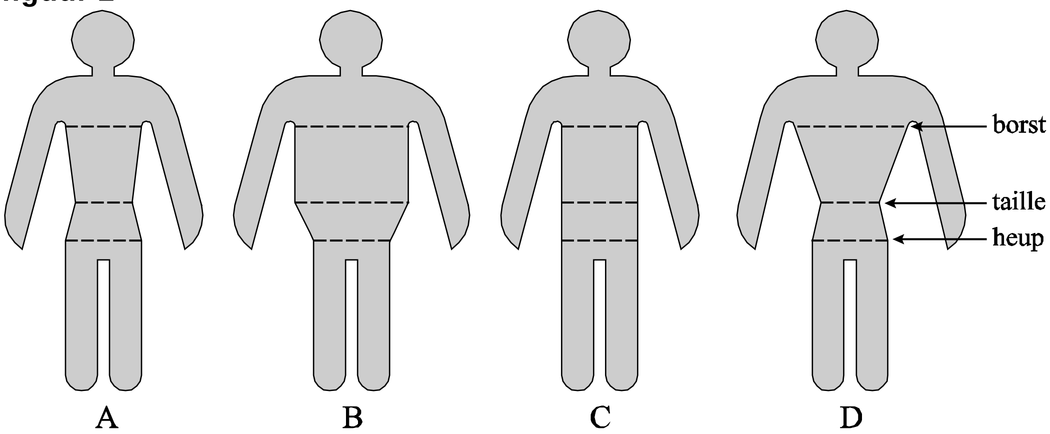


Arnold Schwarzenegger (acteur/politicus) heeft een *androgynie-index* van 0,83. De borst- en taillemaat van de gespierde Schwarzenegger zijn 111 cm respectievelijk 91 cm.

3p **1** Bereken de heupmaat van Schwarzenegger.

In figuur 2 zijn vier figuren afgebeeld: A, B, C en D. De *androgynie-index* is van alle vier figuren verschillend.

figuur 2



4p **2** Sorteer de figuren naar de grootte van hun *androgynie-index* van klein naar groot. Geef je antwoord door de 4 letters in de juiste volgorde achter elkaar te schrijven, en geef een toelichting bij je antwoord.

Mensen die het leuk vinden om modellenwerk te doen, schrijven zich vaak in bij modellenbureaus. Sommige bureaus schrijven alleen mensen in als die aan bepaalde voorwaarden voldoen. Modellenbureau FOBEL schrijft modellen alleen in als de maten van borst-taille-heup (in cm) liggen tussen de 81-56-86 en 91-64-91 voor vrouwen en tussen de 96-76-85 en 107-84-102 voor mannen.
Voor de volgende vraag nemen we aan dat de tussenliggende maten van borst-taille-heup in alle mogelijke verhoudingen kunnen voorkomen.
Er zit een maximum aan de *androgynie-index* van de vrouwen en van de mannen die bij FOBEL kunnen worden ingeschreven. Het maximum voor de mannen verschilt van het maximum voor de vrouwen.

3p **3** Bereken dit verschil. Geef je antwoord in 3 decimalen.

Naast de *androgynie-index* maakt men ook vaak gebruik van de *taille-heup-verhouding*. Dat is de verhouding van de taillemaat en de heupmaat. In formulevorm:

$$\textit{taille-heup-verhouding} = \frac{t}{h}$$

In een praktische opdracht voor wiskunde C maken Fatima en Hilde gebruik van zowel de *androgynie-index* als de *taille-heup-verhouding*. Volgens Fatima is de *taille-heup-verhouding* een bijzonder geval van de *androgynie-index*. Hilde begrijpt niet wat Fatima bedoelt met ‘een bijzonder geval’. Fatima legt uit: “Je kunt laten zien dat onder een bepaalde voorwaarde de *androgynie-index* gelijk is aan de *taille-heup-verhouding*.”

3p **4** Leg uit dat de *taille-heup-verhouding* inderdaad een bijzonder geval is van de *androgynie-index*.

Bratkakasten

Een Bratkakast is een kast met twee zijkanten, een onderkant, een bovenkant en vijf tussenliggende planken. De zijkanten staan loodrecht op de muur en loodrecht op de grond, zoals bij elke kast die je tegen de muur aan kunt schuiven. Het bijzondere van de Bratkakast is de 'golvende' voorkant.
In figuur 1 hiernaast zie je een witte en een zwarte Bratkakast. Deze kunnen op twee manieren naadloos tegen elkaar gezet worden:
- de rechter zijkant van de witte kast tegen de linker zijkant van de zwarte;
- de linker zijkant van de witte tegen de rechter zijkant van de zwarte.

figuur 1

De afmetingen van een Bratkakast zijn als volgt:

- hoogte: 2 meter
- breedte: 60 cm
- diepte: variërend van 18 tot 36 cm.

Aan de voorkant van een plank is de rand puntsymmetrisch. Dat wil zeggen dat de rand links van het midden en de rand rechts van het midden elkaars spiegelbeeld zijn. Dit geldt ook voor de onder- en de bovenkant. Op de uitwerkbijlage staat een vooraanzicht op schaal van een Bratkakast.

5p **1** Teken op de uitwerkbijlage op dezelfde schaal een zijaanzicht en een bovenaanzicht van een Bratkakast.

Leon beweert dat als je de kast ondersteboven neerzet, deze er precies hetzelfde uitziet.

3p **2** Onderzoek of Leon gelijk heeft.

Een tekening van een Bratkakast staat ook op de bijlage.

3p **3** Zou deze tekening een perspectieftekening kunnen zijn? Licht je antwoord toe.

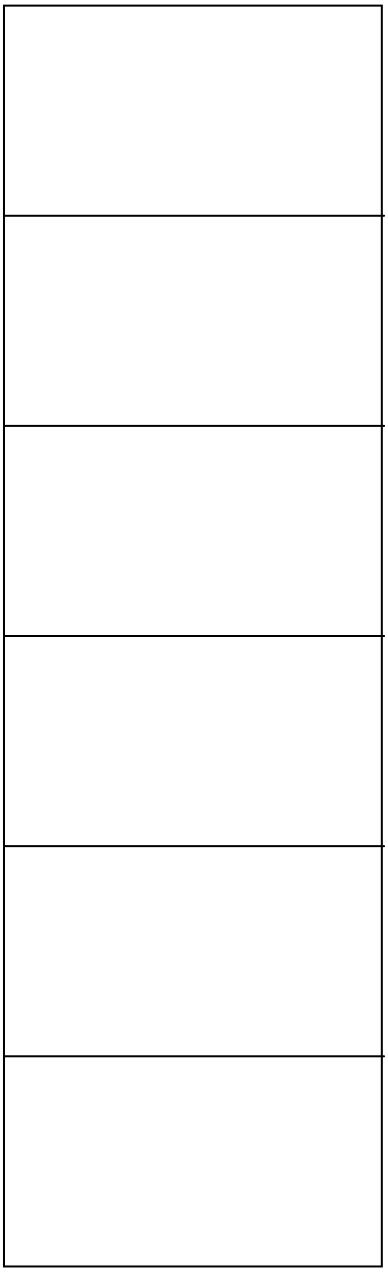
De Bratkakasten kunnen ook geschakeld worden. In figuur 2 zie je een foto van een hoekopstelling van vier kasten: drie Bratkakasten zoals hierboven beschreven, en een speciale hoekkast. Deze hoekkast (de derde kast van links) komt hierbij in de hoek van de kamer.

De hoogte van de hoekkast is 2 meter. De breedte van beide achterkanten is 60 cm. De onderkant en de bovenkant van de hoekkast zijn niet gelijk.

6p **4** Teken de onderkant en de bovenkant van de hoekkast op schaal. Licht je werkwijze toe.

figuur 2

Uitwerkbijlage bij Bratkakasten vraag 1



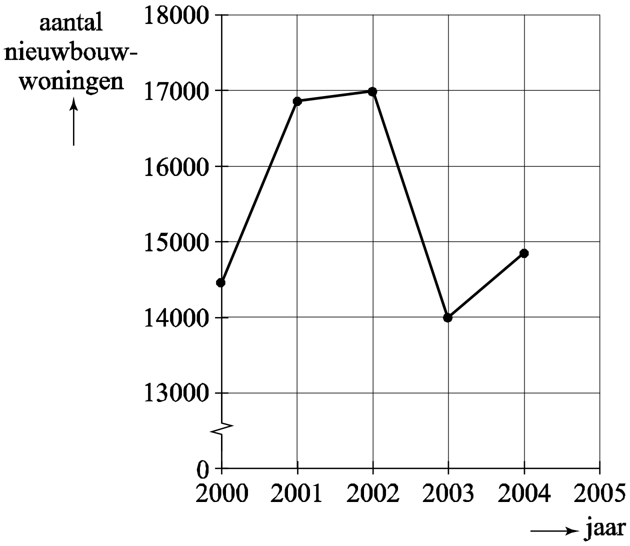
vooraanzicht **zijaanzicht** **bovenaanzicht**

Uitwerkbijlage bij Bratkakasten vraag 3

Controle bij nieuwbouw

In Nederland worden veel woningen gebouwd. In figuur 1 zie je een grafiek van de aantallen nieuwbouwwoningen die in Zuid-Holland zijn gebouwd in de jaren 2000 tot en met 2004.

figuur 1

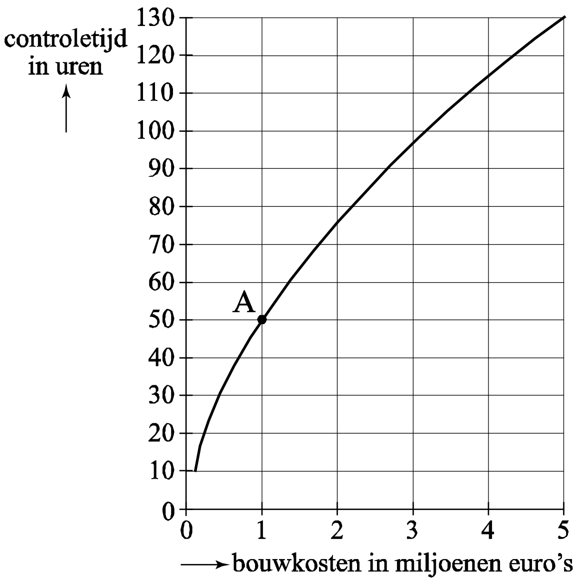


In 2004 was men niet tevreden met het aantal nieuwbouwwoningen. Men wilde graag in 2005 even veel nieuwbouwwoningen bouwen als in 2002. Het aantal nieuwbouwwoningen in 2005 moest dan een flink percentage hoger zijn dan het aantal in 2004.

4p **1** Bereken met behulp van figuur 1 dit percentage.

Bij de bouw van woningen en gebouwen controleert de overheid of de constructie veilig is. Deze controle kost tijd. Hoe duurder het gebouw, hoe meer controletijd men denkt nodig te hebben. Het verband tussen de benodigde controletijd en de bouwkosten is weergegeven in figuur 2.

figuur 2



Van een gebouw A zijn de bouwkosten 1 miljoen euro. In figuur 2 is af te lezen dat de controletijd van gebouw A 50 uren is.
Een gebouw B is twee keer zo duur als gebouw A.

3p **2** Hoeveel keer zo groot is de controletijd van gebouw B ten opzichte van de controletijd van gebouw A? Licht je werkwijze toe.

Volgens ingenieur Van Overveld kan de grafiek in figuur 2 goed worden benaderd door de volgende formule:

$$C = \left(1,544 + 0,245 \cdot \log K\right)^9$$

Hierin is C de benodigde controletijd in uren en K de geraamde bouwkosten in miljoenen euro's. Deze formule is gebaseerd op het prijspeil van het jaar 2003. We gaan ervan uit dat de formule ook geldig is voor gebouwen die meer dan 5 miljoen euro kosten.

In 2003 werden de plannen goedgekeurd voor de bouw van het Museum voor Beeld en Geluid. De bouwkosten werden geraamd op 50 miljoen euro.

3p **3** Bereken het aantal uren dat volgens de formule nodig zou zijn voor de controle.

In 2003 werd het ontwerp van het Nieuwe Rijksmuseum goedgekeurd. Volgens de formule zou de benodigde controletijd zo'n 950 uur bedragen.

3p **4** Bereken hoeveel miljoen euro de geraamde bouwkosten van het Nieuwe Rijksmuseum waren.

Eerlijk stemmen?

Groot-Brittannië kende heel lang maar twee belangrijke politieke partijen: de Conservatieven en de Labour-partij. In deze opgave beperken we ons tot deze twee partijen en spelen er dus geen andere partijen een rol.
Voor de verkiezingen voor het Britse parlement is het land in een groot aantal kiesdistricten verdeeld. In elk kiesdistrict wordt één kandidaat gekozen, namelijk de kandidaat die in zijn kiesdistrict de meeste stemmen heeft behaald; alle stemmen op zijn tegenkandidaat vervallen. Het aantal zetels in het parlement is gelijk aan het aantal kiesdistricten.

We onderzoeken eerst een paar mogelijke consequenties van het Britse verkiezingsstelsel. We gaan ervan uit dat het land in 650 kiesdistricten is verdeeld en dat in elk district evenveel stemgerechtigden hun stem uitbrengen.

Stel dat in **elk** kiesdistrict de Conservatieven 55% van de stemmen krijgen.

2p **1** Hoeveel parlementaire zetels zouden zij behalen? Licht je antwoord toe.

Stel dat de Conservatieven in **elk** van de 225 meest noordelijke kiesdistricten 85% van de stemmen behalen en in **elk** van de andere 425 zuidelijke districten 40% van de stemmen.

4p **2** Bereken zowel het percentage parlementaire zetels als het percentage van alle uitgebrachte stemmen dat de Conservatieven dan zouden hebben behaald.

4p **3** Leg uit dat het theoretisch mogelijk is met 26% van alle uitgebrachte stemmen de absolute meerderheid (326 zetels of meer) in het parlement te behalen.

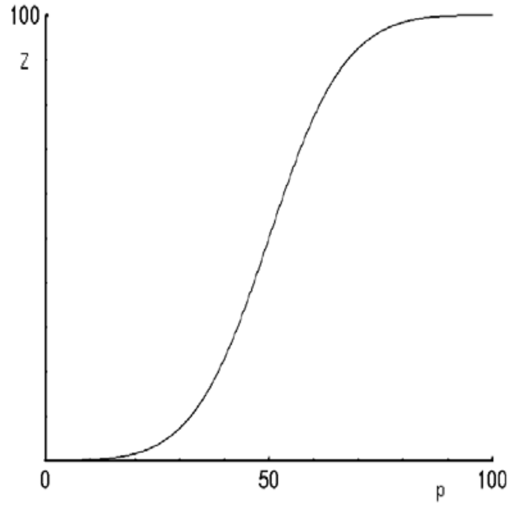
Dit laatste lijkt zeer ondemocratisch, maar het gaat dan ook om een zuiver theoretische consequentie van het Britse verkiezingsstelsel.
Het Britse stelsel bezit ook voordelen ten opzichte van het Nederlandse; zo weet elk kiesdistrict zich in ieder geval in het parlement vertegenwoordigd.
In werkelijkheid heeft Groot-Brittannië 659 kiesdistricten met een nogal uiteenlopend aantal kiesgerechtigden. Hierdoor is het veel moeilijker te zien welke uitwerking een bepaalde verkiezingsuitslag op de zetelverdeling in het parlement heeft.
Al rond de eeuwwisseling vond men een wetmatige samenhang tussen het stempercentage dat de Conservatieven landelijk behaalden en het uiteindelijke door hen behaalde percentage van de parlementaire zetels.
Deze samenhang is bekend als de Derde-Machts-Wet:

> “Wanneer p% van de stemmen worden uitgebracht op de Conservatieven en q% van de stemmen op Labour ($p+q=100$), dan mag men verwachten dat de zetels verdeeld zullen worden in de verhouding $p^3 : q^3$.”

3p **4** Laat zien dat als 60 % van de stemmen op de Conservatieven wordt uitgebracht, het percentage zetels voor de Conservatieven dan gelijk is aan 77.

figuur

In de figuur hiernaast is met behulp van een grafiek de werking van de Derde-Machts-Wet geïllustreerd.
Hierbij is p het percentage stemmen op de Conservatieven en is Z het percentage zetels dat de Conservatieven krijgen in het parlement.



Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

De Derde-Machts-Wet heeft gevolgen voor de verdeling van de zetels in het parlement.
Als er echter sprake zou zijn van evenredigheid, dan zouden de Conservatieven p% van de zetels krijgen wanneer p% van de stemmers op de Conservatieven stemt.

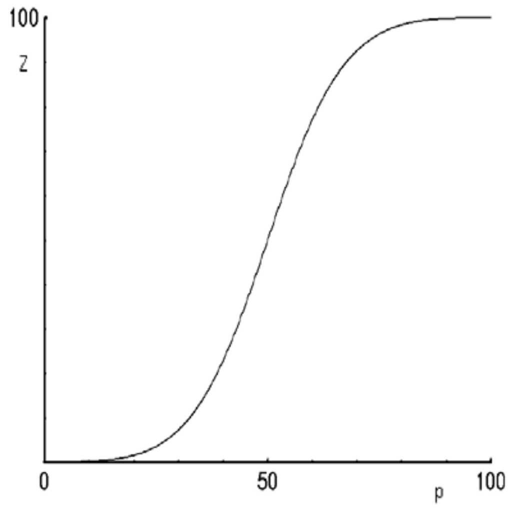
3p **5** Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de grafiek voor deze evenredigheid tussen Z en p.

In het geval dat één van de twee partijen met een klein percentage stemmenverschil de verkiezingen wint, kun je op basis van de Derde-Machts-Wet tot de volgende bewering komen:

> "een kleine verandering in het percentage stemmen kan een grote verandering in het aantal zetels tot gevolg hebben"

4p **6** Laat zien dat deze bewering inderdaad uit het bovenstaande volgt.

Uitwerkbijlage bij Eerlijk stemmen? vraag 5



Groenbelegging

Beleggingsmaatschappijen zoeken steeds naar nieuwe manieren om geld te beleggen. Eén van die manieren is beleggen in bomen.

foto

Plantage waar bomen voor belegging gekweekt worden

Over het beleggen in bomen schrijft een beleggingsmaatschappij in een reclamefolder het volgende:

> Uw belegging groeit vanzelf.
> De Labironia is een duurzame houtsoort. De houtindustrie maakt veel gebruik van de Labironia en het is te verwachten dat de vraag naar Labironia in de komende jaren zal toenemen. Van het geld dat u belegt, worden een stuk grond en jonge boompjes gekocht. Het stuk grond is verdeeld in percelen en op elk perceel worden 960 boompjes geplant. Om een idee te krijgen van de te verwachten opbrengst, geven we u het volgende schema.
> - Na 8 jaar moeten 200 bomen van elk perceel worden gekapt. Dan hebben de bomen naar verwachting een lengte van 7 m en een stamdiameter van 10,8 cm.
> - Na 15 jaar moeten nog eens 300 bomen van elk perceel worden gekapt. Dan hebben de bomen naar verwachting een lengte van 12 m en een stamdiameter van 13 cm.
> - De eindkap volgt na 20 jaar. Dan worden van elk perceel de resterende 460 bomen gekapt. De stamdiameter van de bomen is dan toegenomen tot 16 cm en de lengte tot 15,5 m.
>
> De houtopbrengst wordt berekend met de formule $M = 0{,}16 \cdot D^2 \cdot L$. Hierin is M het aantal m^3 benutbaar hout, D de stamdiameter van de boom in meter en L de lengte van de boom in meter.

Een Labironia-boom van 15 jaar oud levert meer m^3 benutbaar hout op dan een van 8 jaar oud.

3p **1** Bereken hoeveel m^3 het verschil bedraagt. Geef je antwoord in 3 decimalen nauwkeurig.

Een bioloog beweert dat de houtopbrengst van een Labironia-boom jaarlijks met ongeveer 14% toeneemt.

5p **2** Laat met berekeningen zien dat de gegevens in de folder overeenstemmen met deze bewering.

Verderop in de folder staat:

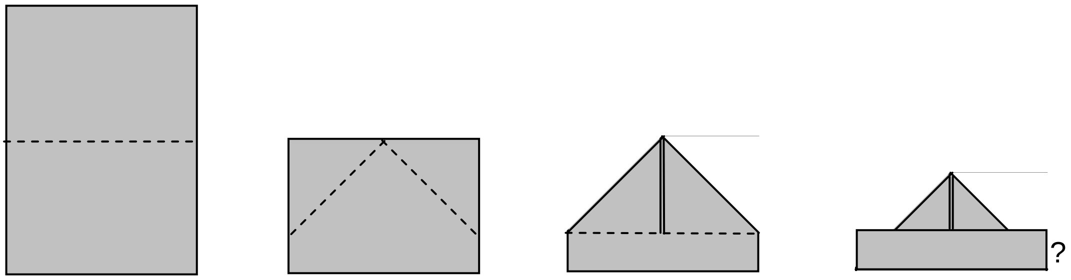
> U kunt deelnemen door een bedrag in te leggen van 5000 euro per perceel. U ontvangt dan in de komende twintig jaar de opbrengst van het op dat perceel geoogste hout. Wanneer we ervan uitgaan dat de houtprijs, die voor de Labironia momenteel 600 euro per m^3 bedraagt, in de komende jaren niet zal stijgen, is deze belegging de moeite waard. Zelfs als U de gelden die na 8 jaar en na 15 jaar vrijkomen in een oude sok bewaart (en dus niet wegzet op bijvoorbeeld een spaarrekening), is de opbrengst in totaal meer dan wanneer U de inleg twintig jaar lang op een spaarrekening met 8% rente per jaar zou hebben gezet.

6p **3** Bereken hoeveel die meeropbrengst naar verwachting ten minste bedraagt. Rond je antwoord af op honderden euro's.

Hoedje-van-papier

Van een vel (kranten)papier kun je een hoedje vouwen. In de figuur hieronder zie je een manier om van een vel papier een hoedje-van-papier te vouwen. Hierbij zijn de stippellijnen de vouwlijnen.

figuur 1



Een vel papier van het formaat A0 is rechthoekig en meet 119 cm bij 84 cm. We noemen dit in het vervolg een **vel A0-papier**.

3p **1** Ga door te meten na dat de zijden van de getekende startrechthoek in figuur 1 bij benadering dezelfde verhouding hebben als de zijden van een vel A0-papier.

In figuur 1 is de opstaande rand van het hoedje-van-papier aangegeven met “?”.

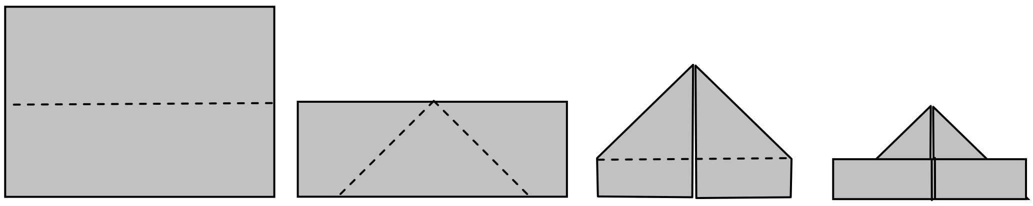
3p **2** Bereken zonder te meten hoe breed deze rand in werkelijkheid is.

Van een vel A0-papier heeft een vader voor zichzelf een hoedje-van-papier gevouwen dat goed past. Dit betekent dat het hoedje netjes om zijn schedel past. Voor zijn zoon heeft hij ook een hoedje gevouwen, startend met een half vel A0-papier. Hij heeft hierbij de manier gebruikt die in figuur 1 is aangegeven. De schedelomtrek van de vader is 60 cm en van zijn zoon is dat 30 cm.

5p **3** Onderzoek of ook het hoedje-van-papier voor de zoon goed past. Licht je antwoord toe met een berekening.

Je kunt ook beginnen het vel A0-papier in de andere richting te vouwen. Zie figuur 2.

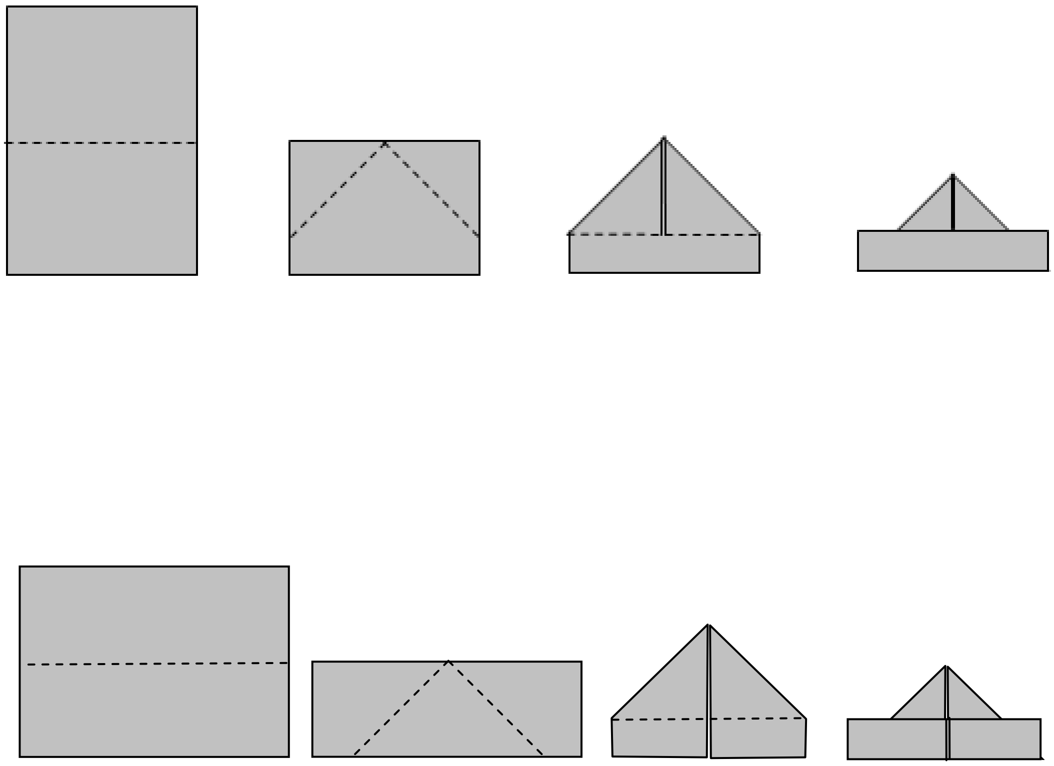
figuur 2



Ook dan ontstaat er een hoedje-van-papier (je hebt daarbij overigens wel plakband nodig om er een bruikbaar hoedje van te maken).

4p **4** Onderzoek zonder te meten of de rand van dit hoedje-van-papier dezelfde afmetingen heeft als de opstaande rand van het hoedje uit figuur 1. Licht je werkwijze toe. Je kunt hierbij gebruik maken van de figuren op de uitwerkbijlage

Uitwerkbijlage bij Hoedje-van-papier vraag 4



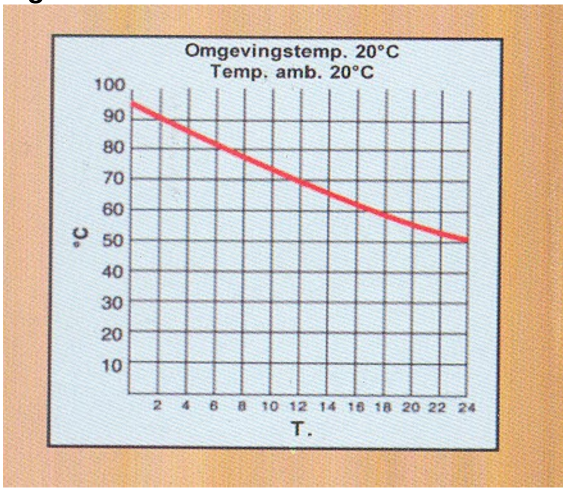
Isoleerkan

Een isoleerkan (ook wel thermosfles genoemd) wordt bijvoorbeeld gebruikt om koffie warm te houden. Hiernaast zie je een afbeelding van twee isoleerkannen.

We gaan uit van net gezette koffie met een temperatuur van 95 °C. Nadat deze warme koffie in de isoleerkan is geschonken, koelt de koffie langzaam af.

Op de verpakking van een isoleerkan staat een grafiek die het verloop van deze afkoeling weergeeft Zie de figuur hiernaast.
Horizontaal is de tijd uitgezet (in uren) en verticaal de temperatuur (in °C).
Er is daarbij uitgegaan van een inschenktemperatuur van 95° en een omgevingstemperatuur van 20 °C.
Op de uitwerkbijlage staat deze grafiek nauwkeuriger en groter weergegeven.

figuur



In de grafiek is te zien dat koffie met een inschenktemperatuur van 95 °C na 24 uur in de isoleerkan een temperatuur heeft van 50 °C.

3p **1** Na hoeveel uur heeft koffie waarvan de inschenktemperatuur niet 95 °C is, maar 80 °C, een temperatuur van 50 °C? Licht je antwoord toe met behulp van de grafiek op de uitwerkbijlage.

We gaan in de rest van de opgave uit van een omgevingstemperatuur van 20 °C.

Op de lange duur zal de koffie in de isoleerkan dezelfde temperatuur aannemen als de omgeving waarin de isoleerkan staat. We kijken naar het **verschil** tussen de temperatuur van de koffie in de isoleerkan en de omgevingstemperatuur.
Uit de natuurkunde is bekend dat er een exponentieel verband bestaat tussen dit verschil en de tijd. Bij de hier gebruikte isoleerkan is per 24 uur de groeifactor van dit verschil 0,4.

3p **2** Toon dit aan met behulp van de gegevens in de figuur..

3p **3** Bereken de temperatuur van koffie met een inschenktemperatuur van 95 °C nadat deze 48 uur in de isoleerkan heeft gezeten.

Je kunt in de grafiek aflezen dat koffie met een inschenktemperatuur van 95 °C na 16 uur in de isoleerkan nog een temperatuur van ongeveer 60 °C heeft. Om deze temperatuur nauwkeuriger te weten te komen, is een berekening nodig.

4p **4** Bereken de temperatuur van de koffie na 16 uur in de isoleerkan in tienden graden Celsius nauwkeurig.

De **halveringstijd** van de isoleerkan is de tijdsduur voordat het verschil tussen de temperatuur van de drank in de isoleerkan en de omgevingstemperatuur gehalveerd is. Deze tijdsduur is een maat voor de kwaliteit van de isoleerkan: hoe groter de halveringstijd, des te hoger de kwaliteit. De halveringstijd is een eigenschap van de isoleerkan; de halveringstijd is bij elke omgevingstemperatuur en bij elke inschenktemperatuur hetzelfde.

4p **5** Bepaal de halveringstijd van de isoleerkan. Licht je antwoord toe.

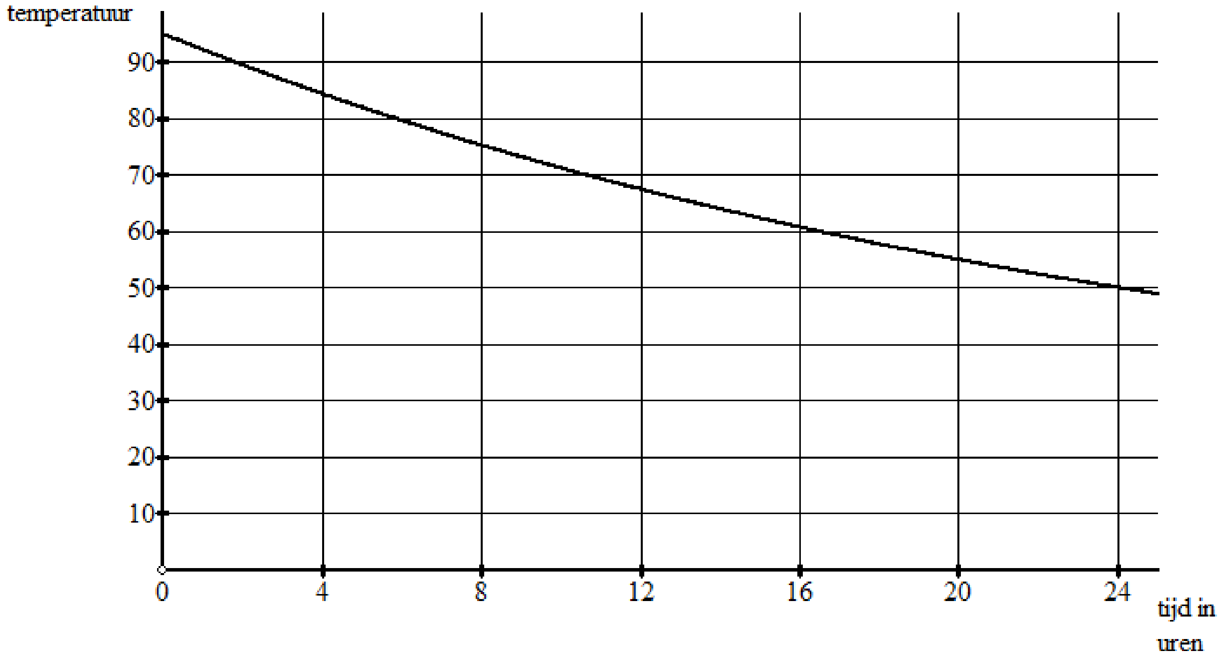
De isoleerkan kan ook worden gebruikt om bijvoorbeeld melk koel te houden. Nadat koude melk in de isoleerkan is geschonken, warmt deze langzaam op
Op de verpakking stond geen grafiek voor de opwarming van koude drank in de isoleerkan. Dat hoeft ook niet, want uit de natuurkunde is bekend dat het verloop in de tijd van afkoelen en opwarmen op dezelfde wijze gaat. Dit betekent::

– Het verschil tussen de temperatuur van de melk in een isoleerkan en de omgevingstemperatuur neemt exponentieel af. Bij de hier gebruikte isoleerkan is per 24 uur de groeifactor van dit verschil 0,4.
– Op de lange duur zal de melk in de isoleerkan dezelfde temperatuur aannemen als de omgeving waarin de isoleerkan staat.

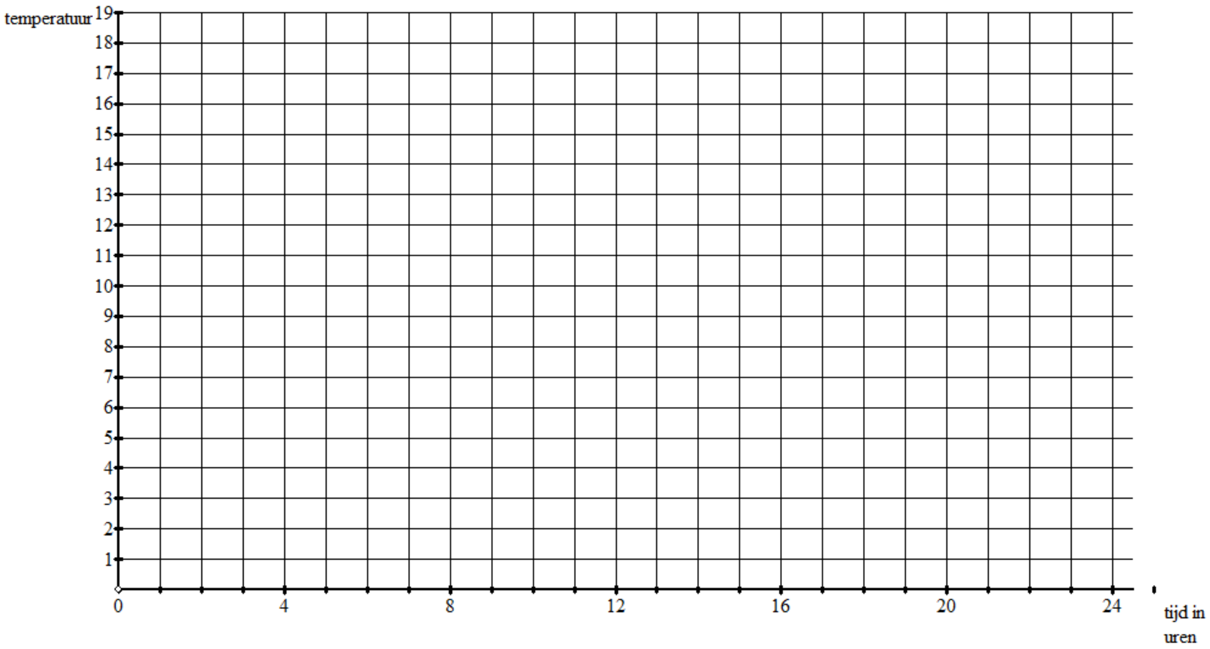
Iemand schenkt melk met een inschenktemperatuur van 5 °C in de isoleerkan. Na 24 uur heeft de melk een temperatuur van 14 °C.

4p **6** Teken op de uitwerkbijlage de grafiek van het temperatuurverloop van de melk gedurende de 24 uur in de isoleerkan. Licht je antwoord toe.

Uitwerkbijlage bij vraag 5 van Isoleerkan



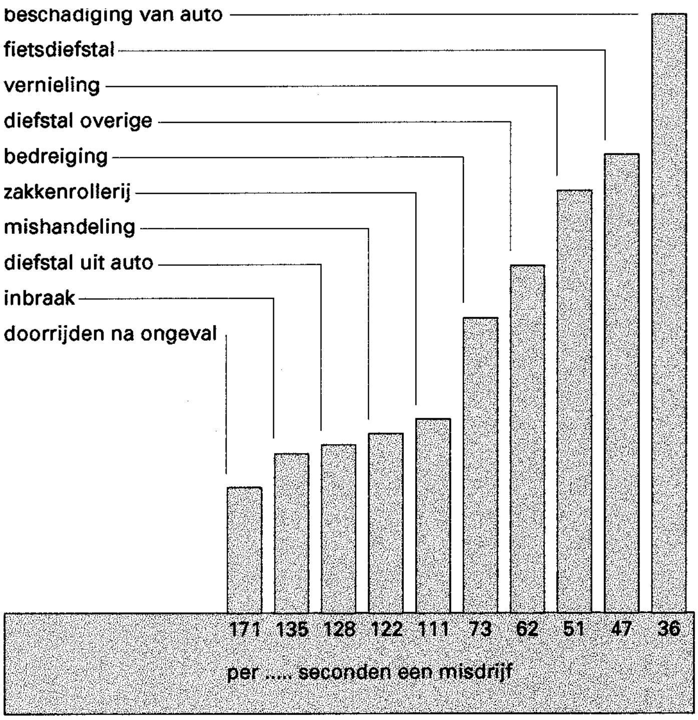
Uitwerkbijlage bij vraag 6 van Isoleerkan



Misdrijven

Elk jaar worden in Nederland veel misdrijven gemeld. Deze variëren van het stelen van een chocoladereep tot het plegen van een moord.
Misdrijven worden gemeld bij het Openbaar Ministerie (OM). Het OM beslist dan over de (eventuele) vervolging van de daders.
In figuur 1 vind je informatie over misdrijven die in 1996 werden gemeld.

figuur 1



De getallen langs de horizontale as geven voor elke categorie aan hoeveel seconden er gemiddeld tussen twee opeenvolgende meldingen zitten.
Je kunt bijvoorbeeld aflezen dat in 1996 in Nederland (gemiddeld) elke 135 seconden een inbraak werd gemeld.
Let op: 1996 was een schrikkeljaar en had dus 366 dagen.
In figuur 1 komt ook de categorie ’fietsdiefstal’ voor.

4p **1** Toon aan dat er in 1996 ongeveer 670 000 keer een fietsdiefstal werd gemeld.

Als je de staafjes en de getallen in figuur 1 bekijkt, dan zie je:
- van links naar rechts zijn de getallen steeds kleiner;
- van links naar rechts zijn de staafjes steeds langer.

3p **2** Leg uit hoe uit de getallen kan worden afgeleid dat een langere staaf bij een groter aantal misdrijven hoort.

In drie van de 10 categorieën misdrijven komt het woord diefstal voor, namelijk: 'fietsdiefstal', 'diefstal overige' en 'diefstal uit auto'.
Je kunt deze drie categorieën samenvoegen tot één (nieuwe) categorie 'diefstal'.
Je moet dan de drie bijbehorende staafjes vervangen door één (nieuwe) staaf.
Onder deze nieuwe staaf 'diefstal' moet dan ook weer een getal staan.

4p **3** Bereken welk getal onder deze nieuwe staaf 'diefstal' moet staan.

Bij veel gemelde misdrijven is er geen verdachte aangewezen. Is er geen verdachte, dan komt er ook geen strafzaak.
In 1996 werden er door het OM 242 100 strafzaken afgehandeld. In figuur 2 vind je informatie over de manier waarop die afhandeling plaatsvond.

figuur 2

Afhandeling strafzaken in 1996

<table>
<tr><td colspan="4">Strafzaken
242 100</td></tr>
<tr><td colspan="2">Vonnissen in de rechtszaal
132 500</td><td colspan="2">Afhandeling door het OM zelf
109 600</td></tr>
<tr><td>Schuldig
123 200</td><td>Niet Schuldig
9 300</td><td>Transactie door geldboete
62 200
(Hierbij legt het OM zelf een geldboete op.)</td><td>Sepot
47 400
(Hierbij is er geen rechtszaak en ook geen geldboete.)</td></tr>
<tr><td>Geldboete: 39%
Celstraf: 35%
Taakstraf: 15%
Ontzegging rijbevoegdheid: 11%</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

4p **4** Bereken hoeveel procent van alle 242 100 strafzaken tot een geldboete leidde.

Het aantal strafzaken dat het OM met een transactie afhandelt, groeit elk jaar fors.
In 1990 werden 50 000 strafzaken met een transactie afgehandeld. In 1996 waren dat er al 62 200.
Neem aan dat het aantal strafzaken dat met een transactie werd afgehandeld elk jaar met hetzelfde percentage groeide.

5p **5** Bereken dit percentage.

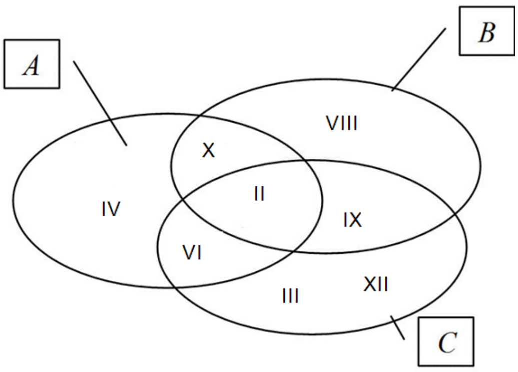
Enquête

In een enquête worden drie vragen gesteld: vraag A, vraag B en vraag C.
Elk van deze drie vragen moet met “ja” of “nee” beantwoord worden.
Er zijn voor elke persoon acht verschillende mogelijkheden om de enquête te beantwoorden.

3p **1** Toon dit aan.

De enquête wordt door twaalf mensen, genummerd met de Romeinse cijfers I tot en met XII, beantwoord. Iedere persoon beantwoordt minstens één van de vragen met “ja”. We gebruiken de volgende notaties:
N_A is het aantal mensen dat vraag A met “ja” beantwoordt, N_B het aantal mensen dat vraag B met “ja” beantwoordt en N_C het aantal mensen dat vraag C met “ja” beantwoordt.
Een mogelijke lijst antwoorden staat hieronder; waarin “ja” is afgekort tot j en “nee” tot n.

persoon	**vraag *A***	**vraag *B***	**vraag *C***
I	*j*	*n*	*n*
II	*j*	*j*	*j*
III	*n*	*n*	*j*
IV	*j*	*n*	*n*
V	*n*	*j*	*j*
VI	*j*	*n*	*j*
VII	*n*	*n*	*j*
VIII	*n*	*j*	*n*
IX	*n*	*j*	*j*
X	*j*	*j*	*n*
XI	*j*	*j*	*j*
XII	*n*	*n*	*j*



Naast de lijst is een begin gemaakt met het plaatsen van de twaalf personen in een diagram. Dit diagram staat ook vergroot op de uitwerkbijlage.
Binnen kring A zijn de personen aangegeven die vraag A met “ja” hebben beantwoord. Voor kring B en kring C geldt iets vergelijkbaars.
De volgende formule geldt: $N_A + N_B + N_C \geq 12$

4p **2** Vul de ontbrekende personen in het diagram op de uitwerkbijlage in en ga vervolgens na dat in bovenstaande antwoordenlijst aan deze formule wordt voldaan.

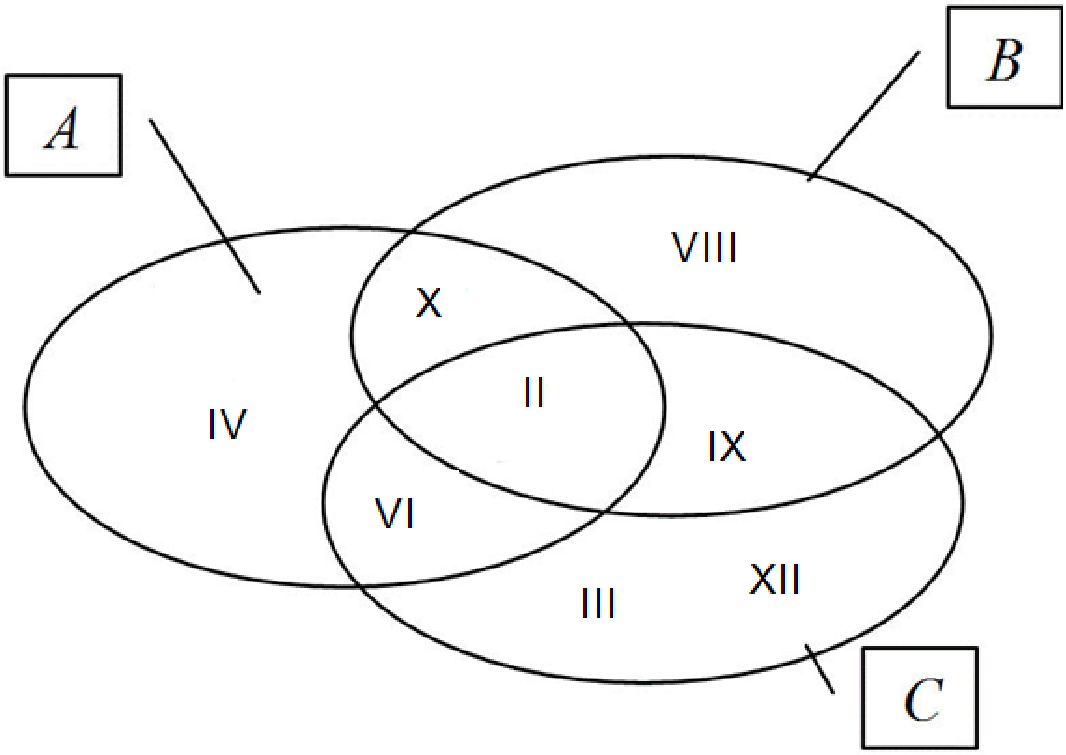
De lijst hierboven is maar een voorbeeld van een antwoordenlijst. Er zijn veel meer antwoordenlijsten mogelijk.

3p **3** Noteer op de bijlage een antwoordenlijst waarbij $N_A = N_B = N_C = 6$.

Het is mogelijk dat voor een antwoordenlijst geldt: $N_A + N_B + N_C = 12$.

4p **4** Beschrijf waar de antwoorden van elk van de twaalf personen dan aan moeten voldoen. Licht je antwoord toe.

Uitwerkbijlage bij Enquête vraag 2



Uitwerkbijlage bij Enquête vraag 3

persoon	vraag *A*	vraag *B*	vraag *C*
I			
II			
III			
IV			
V			
VI			
VII			
VIII			
IX			
IX			
XI			
XII			

Ons kent ons

Van de inwoners van een dorp is het volgende bekend:

1 Er is een lid van de Carnavalsvereniging dat een Mercedes heeft.
2 Geen enkel lid van de Carnavalsvereniging is geheelonthouder.
3 Er is een winkelier die geheelonthouder is.
4 Alle geheelonthouders hebben een Mercedes.

2p **1** Beantwoord op grond van één van de vier bovenstaande gegevens de volgende vraag: Is er een geheelonthouder lid van de Carnavalsvereniging? Geef een toelichting.

Door de vier gegevens die hierboven vermeld staan te combineren, kunnen ook conclusies worden getrokken die niet op het eerste gezicht meteen helder zijn. Zo kunnen bijvoorbeeld door gegevens te combineren de volgende twee conclusies worden getrokken:
- Er is een Mercedesbezitter die geen geheelonthouder is.
- Er is een winkelier die Mercedesbezitter is.

4p **2** Laat met een toelichting zien dat deze twee conclusies volgen uit de vier gegevens.

3p **3** Kan geconcludeerd worden of de Carnavalsvereniging winkeliers onder haar leden telt? Licht je antwoord toe.

Op basis van de gegevens kan een uitspraak worden gedaan over het kleinst mogelijke aantal inwoners dat het dorp kan hebben.
5p **4** Wat is op basis van de gegevens dit kleinst mogelijke aantal? Licht je antwoord toe.

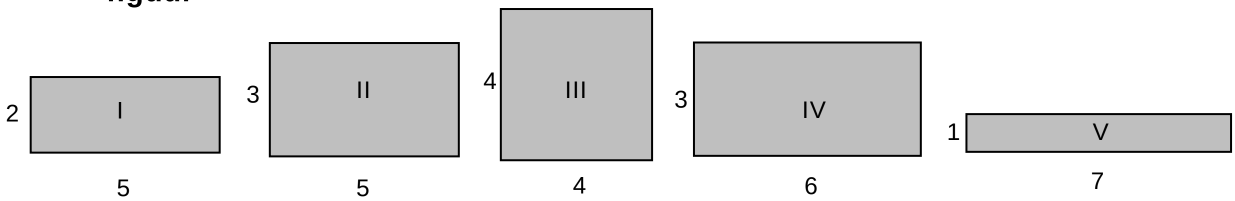
Overdekbare rechthoeken

In deze opgave bekijken we rechthoeken waarvan de lengte van alle zijden een **geheel getal** is. We plaatsen de rechthoeken zo, dat de lengte van de horizontale zijde groter dan of gelijk aan de verticale zijde is.

Twee van zulke rechthoeken noemen we onderling **overdekbaar** als de ene in zijn geheel door de andere kan worden overdekt. Als dit niet het geval is, noemen we de rechthoeken **niet-overdekbaar**.

In onderstaande figuur zijn vijf rechthoeken met verschillende oppervlakte weergegeven. We bekijken deze vijf rechthoeken als voorbeeld. De afmetingen zijn in cm.

figuur



Voorbeeld 1:
In bovenstaande figuur zijn rechthoek I en rechthoek IV overdekbaar.
Voorbeeld 2:
In bovenstaande figuur zijn rechthoek II en rechthoek IV overdekbaar.
Voorbeeld 3:
In bovenstaande figuur zijn rechthoek II en rechthoek V niet-overdekbaar.

4p **1** Leg uit waarom rechthoek II en rechthoek V niet-overdekbaar zijn en geef bij de rechthoeken in de figuur nog een ander voorbeeld van twee niet-overdekbare rechthoeken.

Uit een vel papier van 7 cm bij 5 cm knipt iemand een rechthoek die niet-overdekbaar is met een rechthoek van 5 cm bij 3 cm..

4p **2** Geef alle verschillende mogelijkheden.

Er zijn 5 verschillende rechthoeken met oppervlakte 36 mogelijk.

4p **3** Onderzoek of al deze 5 rechthoeken onderling overdekbaar zijn.

Leon beweert het volgende:

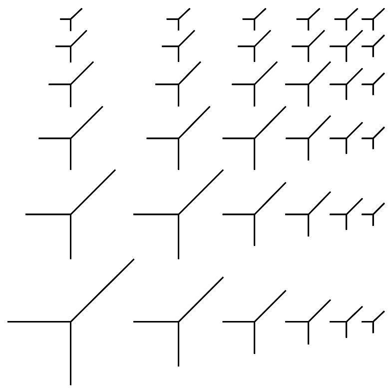
> "als A en B overdekbare rechthoeken zijn en B en C overdekbare rechthoeken zijn, dan moeten ook A en C overdekbare rechthoeken zijn."

3p **4** Laat zien dat Leon geen gelijk heeft.

Regelmaat

De Duitse kunstenaar Alfons Kunen heeft als voorstudie voor kunstwerken met het thema “geconstrueerde groei” het patroon van figuur 1 getekend.

figuur 1

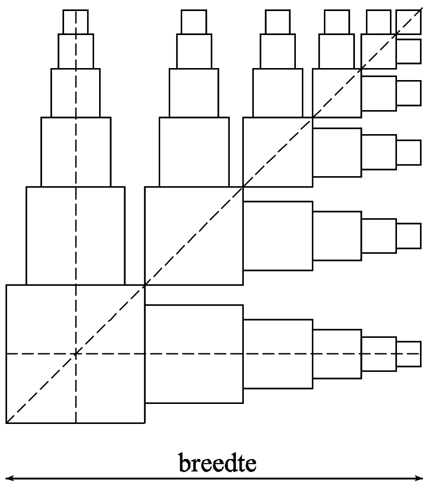


Alle figuurtjes in figuur 1 hebben dezelfde vorm. Het figuurtje linksonder is het grootst. Uitgaande van dit figuurtje worden in horizontale, verticale en diagonale richting de figuurtjes steeds kleiner volgens een vaste regelmaat.
We kijken hiervoor naar de onderste rij. Het langste lijnstukje van het grootste figuurtje is in werkelijkheid 78 mm. Het overeenkomstige lijnstukje in het figuurtje direct rechts hiervan is 0,71 keer zo groot, dus in werkelijkheid ongeveer 55 mm. Er geldt de volgende regelmaat: als je één figuurtje naar rechts gaat, worden de afmetingen met 0,71 vermenigvuldigd.
Deze regelmaat kan natuurlijk verder naar rechts worden voortgezet. Op den duur worden de figuurtjes in de rij te klein om nog te kunnen tekenen.

4p **1** Bereken hoeveel figuurtjes er in deze rij zijn waarvan het langste lijnstukje in werkelijkheid langer is dan 2 mm.

Als basis voor het patroon van figuur 1 heeft de kunstenaar een rooster gebruikt van steeds kleiner wordende vierkanten. Zo’n rooster noemen we een **basisrooster**. Zie figuur 2.

figuur 2



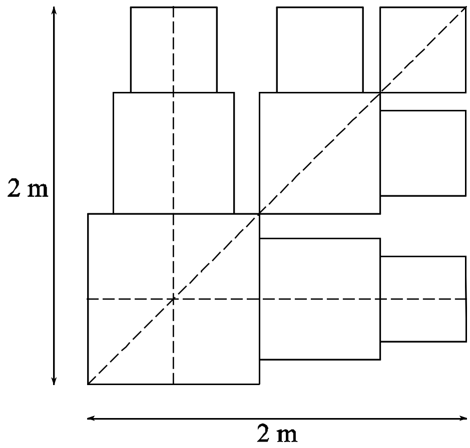
De lengte van de zijden van de vierkanten neemt op dezelfde wijze af als bij de figuurtjes in figuur 1: de lengte van de zijden wordt telkens met 0,71 vermenigvuldigd.
Die vermenigvuldigingsfactor 0,71 is afgerond. Kunen heeft ervoor gezorgd dat de oppervlakte van elk nieuw vierkant in een horizontale rij steeds de helft is van die van het vorige vierkant. Met behulp van deze voorwaarde is de vermenigvuldigingsfactor nauwkeuriger te berekenen.

4p **2** Bereken de vermenigvuldigingsfactor in vier decimalen nauwkeurig.

We bekijken nu een basisrooster waarbij het grootste vierkant een zijde van z mm heeft. In figuur 2 is aangegeven wat met de totale breedte van een basisrooster bedoeld wordt.

Met een basisrooster van 3 bij 3 vierkanten wil men een Kunen-kunstwerk aanbrengen op de buitenmuur van een gebouw. Voor het kunstwerk is een stuk muur van 2 bij 2 meter beschikbaar. Men wil dit stuk helemaal gebruiken, dus het basisrooster moet precies 2 bij 2 meter zijn. Zie figuur 3.

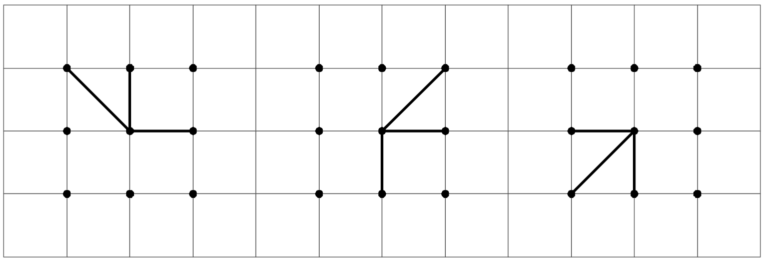
figuur 3



3p **3** Bereken de afmetingen van het grootste vierkant in dit basisrooster. Rond je antwoord af op hele mm.

Er kunnen allerlei figuurtjes in de vierkanten van het basisrooster getekend worden. Een mogelijkheid om zulke figuurtjes te maken is de volgende: zet in een vierkant van het basisrooster negen punten: één punt in het midden, vier punten op de hoeken en vier op de middens van de zijden. Trek nu vanuit het middelste punt lijnstukjes naar drie andere punten. In figuur 4 zijn drie verschillende figuurtjes te zien die op deze manier gemaakt zijn.

figuur 4



Er zijn echter nog veel meer figuurtjes te maken door het middelste punt met drie andere punten te verbinden. Als extra voorwaarde wordt gesteld dat er in een dergelijk figuurtje precies één diagonaal lijnstukje moet voorkomen. Bij de figuurtjes in figuur 4 is dit overigens ook al het geval.

4p **4** Hoeveel verschillende figuurtjes kunnen er dan getekend worden? Licht je antwoord toe.

Restzetels

Op 2 maart 1994 vonden er in Nederland gemeenteraadsverkiezingen plaats. In de gemeente Enschede werden 67 787 stemmen uitgebracht. De verkiezingsuitslag is weergegeven in de tabel. In de tweede kolom is af te lezen hoeveel stemmen elke partij heeft behaald. In de laatste kolom van deze tabel staat aangegeven hoe, op basis van de verkiezingsuitslag, de zetelverdeling in de gemeenteraad van Enschede uiteindelijk is geworden.
Het proces om stemmen om te rekenen naar aantallen zetels is ingewikkeld. We gaan daar verderop in deze opgave nader op in. Eerst kijken we alleen naar het resultaat van de zetelverdeling.

tabel

partij	aantal stemmen	aantal volle zetels	aantal zetels in de gemeenteraad
1. PvdA	15 329	8	10
2. CDA	12 584	7	8
3. VVD	9080	5	5
4. D66	8751	5	5
5. GroenLinks	5150	2	3
6. GPV	3399	1	2
7. CD	2730	1	1
8. SP	1549	0	1
9. NCPN	589	0	0
10. van Loenen	2955	1	1
11. Enschede Nu	5671	3	3
totaal aantal uitgebrachte stemmen:	67 787	totaal aantal zetels:	39

Uit de tabel volgt dat PvdA, VVD en D66 samen een meerderheid kregen van de zetels in de gemeenteraad. Toch hadden deze drie partijen samen geen meerderheid van de stemmen.

4p **1** Laat met behulp van de gegevens in de tabel zien dat PvdA, VVD en D66 samen inderdaad een meerderheid aan zetels maar niet een meerderheid aan stemmen hebben behaald.

Om te bepalen op hoeveel zetels partijen recht hebben, wordt eerst de **kiesdeler** bepaald. De kiesdeler wordt berekend door het totaal aantal uitgebrachte stemmen te delen door het aantal beschikbare zetels in de gemeenteraad.

3p **2** Bereken de kiesdeler voor de verkiezingsuitslag van Enschede in 1994. Geef je antwoord in 3 decimalen nauwkeurig.

Om het aantal zetels te bepalen waar een partij recht op heeft, wordt vervolgens bij elke partij het aantal op die partij uitgebrachte stemmen gedeeld door de kiesdeler. Voor bijvoorbeeld de PvdA is de uitkomst hiervan ongeveer 8,82;

daarom heeft de PvdA 8 **volle zetels**. In de derde kolom van tabel 1 staat het aantal volle zetels van elke partij.
De beschikbare zetels in de gemeenteraad die nog niet zijn verdeeld met de volle zetels heten de **restzetels**. Voor de verdeling van de restzetels moet volgens de kieswet het systeem van de **grootste gemiddelden** worden gehanteerd. In de kieswet staat dit systeem als volgt beschreven:

fragment uit de Kieswet

> Bij de verdeling van de restzetels volgens het systeem van de grootste gemiddelden wordt voor elke partij in gedachten één zetel opgeteld bij het behaalde aantal volle zetels. Vervolgens wordt het aantal op de partij uitgebrachte stemmen gedeeld door dit denkbeeldige aantal zetels. Op deze wijze wordt voor elke partij het gemiddelde aantal stemmen per zetel bepaald. De partij met het grootste gemiddelde krijgt een restzetel toebedeeld.
> Aldus ontstaat een nieuwe tussenstand bij de zetelverdeling. Zolang er nog restzetels te verdelen zijn, wordt de hierboven beschreven procedure herhaald. Uitgaande van de nieuwe tussenstand wordt dan wederom in gedachten bij elke partij één zetel opgeteld bij het (in de tussenstand) behaalde aantal zetels. Wederom wordt de volgende restzetel toebedeeld aan de partij met het grootste gemiddelde aantal stemmen per zetel.
> De systematiek voor de restzetelverdeling kan er toe leiden dat een partij meer dan één restzetel behaalt.

5p **3** Laat met berekeningen zien dat de eerste restzetel werd toegewezen aan GroenLinks.

De laatste restzetel werd toebedeeld aan de PvdA. Daaruit kun je concluderen dat de PvdA bij de verdeling van de laatste restzetel (dus bij de laatste tussenstand) 9 zetels had en de VVD 5 zetels.
Veronderstel nu eens dat een aantal mensen niet op de PvdA maar op de VVD gestemd zou hebben. Als dat aantal voldoende groot is, zou de VVD de laatste restzetel hebben gekregen. Als er bijvoorbeeld 100 mensen niet op de PvdA maar op de VVD gestemd zouden hebben, zou de VVD de laatste restzetel hebben gekregen.

5p **4** Bereken hoe groot dit aantal ten minste moet zijn.

Spannend

In de hoogste klasse van de Nederlandse voetbalcompetitie spelen onder andere de voetbalclubs Ajax, PSV en NEC. Tijdens deze competitie spelen alle deelnemende clubs twee keer tegen elkaar. Degene die aan het eind van de competitie bovenaan staat, is kampioen.
In een zeker jaar zijn er op de laatste speeldag van de Nederlandse voetbalcompetitie nog drie kandidaten voor de landstitel: Ajax, PSV en NEC.

We gebruiken de volgende notaties:
- W_N = "NEC wint" (en W_P = "PSV wint" en W_A = "Ajax wint")
- G_N = "NEC speelt gelijk" (en iets vergelijkbaars voor "PSV speelt gelijk" en "Ajax speelt gelijk")
- V_N = "NEC verliest" (en iets vergelijkbaars voor "PSV verliest" en "Ajax verliest")
- K_N = "NEC wordt kampioen" (en iets vergelijkbaars voor "PSV wordt kampioen" en "Ajax wordt kampioen")

Met behulp van deze notaties en enige logische symbolen formuleren we de volgende 'zin':

$$(V_N \wedge \neg W_A) \vee (G_N \wedge \neg V_P) \Rightarrow K_P$$

4p **1** Beschrijf in gewone taal de betekenis van deze 'zin'.

Ajax, PSV en NEC spelen de laatste speeldag niet onderling tegen elkaar.
Er zijn op de laatste speeldag twee situaties mogelijk waarbij NEC kampioen wordt:

1. NEC wordt kampioen als zij zelf wint en PSV niet wint (wat Ajax doet, doet er niet toe);
2. NEC wordt kampioen als zij zelf gelijkspeelt, PSV verliest en Ajax niet wint.

Op de laatste speeldag doet een radioverslagggever verslag van de wedstrijd van NEC. NEC verloor deze wedstrijd niet. Na afloop van de wedstrijd meldt de verslaggever dat NEC desondanks **geen** kampioen is geworden.

6p **2** Vul alle mogelijkheden voor de resultaten van de wedstrijden van NEC, Ajax en van PSV in de tabel op de uitwerkbijlage in. Licht je werkwijze toe.

Uitwerkbijlage bij Spannend vraag 2

NEC	PSV	Ajax

Steeds meer rechthoeken

We beginnen met een rechthoek van 1 × 2. In figuur 1 is deze rechthoek grijs gemaakt. Aan de rechterkant van deze rechthoek is een andere, wit gekleurde rechthoek toegevoegd. Zie figuur 1.

figuur 1

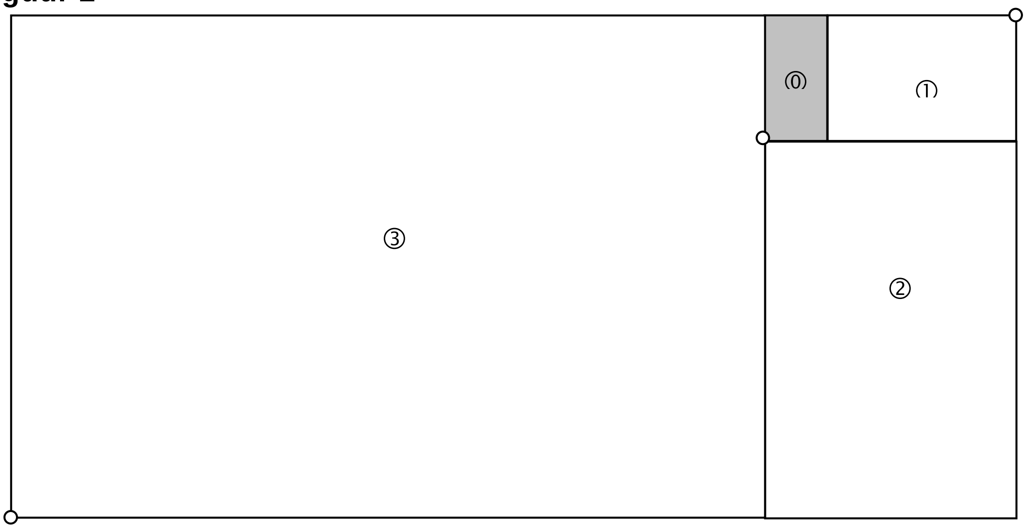
Er geldt dat de figuur die gevormd wordt door deze twee rechthoeken samen gelijkvormig is met de grijs gemaakte rechthoek.

4p **1** Toon aan dat de afmetingen van de witgekleurde rechthoek 3 bij 2 zijn.

We breiden figuur 1 verder uit door rechts, onder en links ervan rechthoeken toe te voegen. De rechthoeken zijn genummerd. Zie figuur 2. Er geldt:

– de figuur die gevormd wordt door rechthoek ⓪ en rechthoek ① samen is gelijkvormig met rechthoek ⓪;
– de figuur die gevormd wordt door de rechthoeken ⓪, ① en ② samen is gelijkvormig met rechthoek ⓪;
– de figuur die gevormd wordt door de rechthoeken ⓪, ①, ② en ③ samen is gelijkvormig met rechthoek ⓪.

figuur 2



6p **2** Onderzoek door de afmetingen te berekenen of rechthoek ①, rechthoek ② en rechthoek ③ gelijkvormig zijn.

We kunnen doorgaan met het toevoegen van rechthoeken: ④ aan de bovenkant, ⑤ rechts, ⑥ onder, ⑦ links, enzovoort. Zodoende ontstaat een spiraal van rechthoeken.

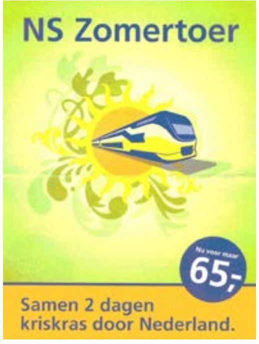
4p **3** Geef de afmetingen van de rechthoek met nummer ⑧. Licht je antwoord toe.

4p **4** Geef formules voor de afmetingen van de rechthoek met nummer n, voor $n = 1, 2, 3, \ldots$.

In bovenstaande figuur zijn drie hoekpunten met een cirkeltje aangegeven. Het lijkt erop dat deze drie hoekpunten precies op één lijn liggen.

3p **5** Laat met behulp van een berekening zien dat deze drie hoekpunten inderdaad precies op één lijn liggen.

Trein



Hiernaast staat de reclame-flyer uit 2008 van de Nederlandse Spoorwegen. De flyer staat ook vergroot op de uitwerkbijlage.

Een schaduw die door de zon wordt veroorzaakt, wordt bepaald door evenwijdige lijnen. In de flyer is op de grond een schaduw van de trein getekend. Zie hiervoor ook de uitwerkbijlage.

4p **1** Toon aan dat de getekende schaduw niet de schaduw van de zon kan zijn. Motiveer je antwoord door gebruik te maken van de figuur op de uitwerkbijlage.

De trein op de flyer is een perspectieftekening.

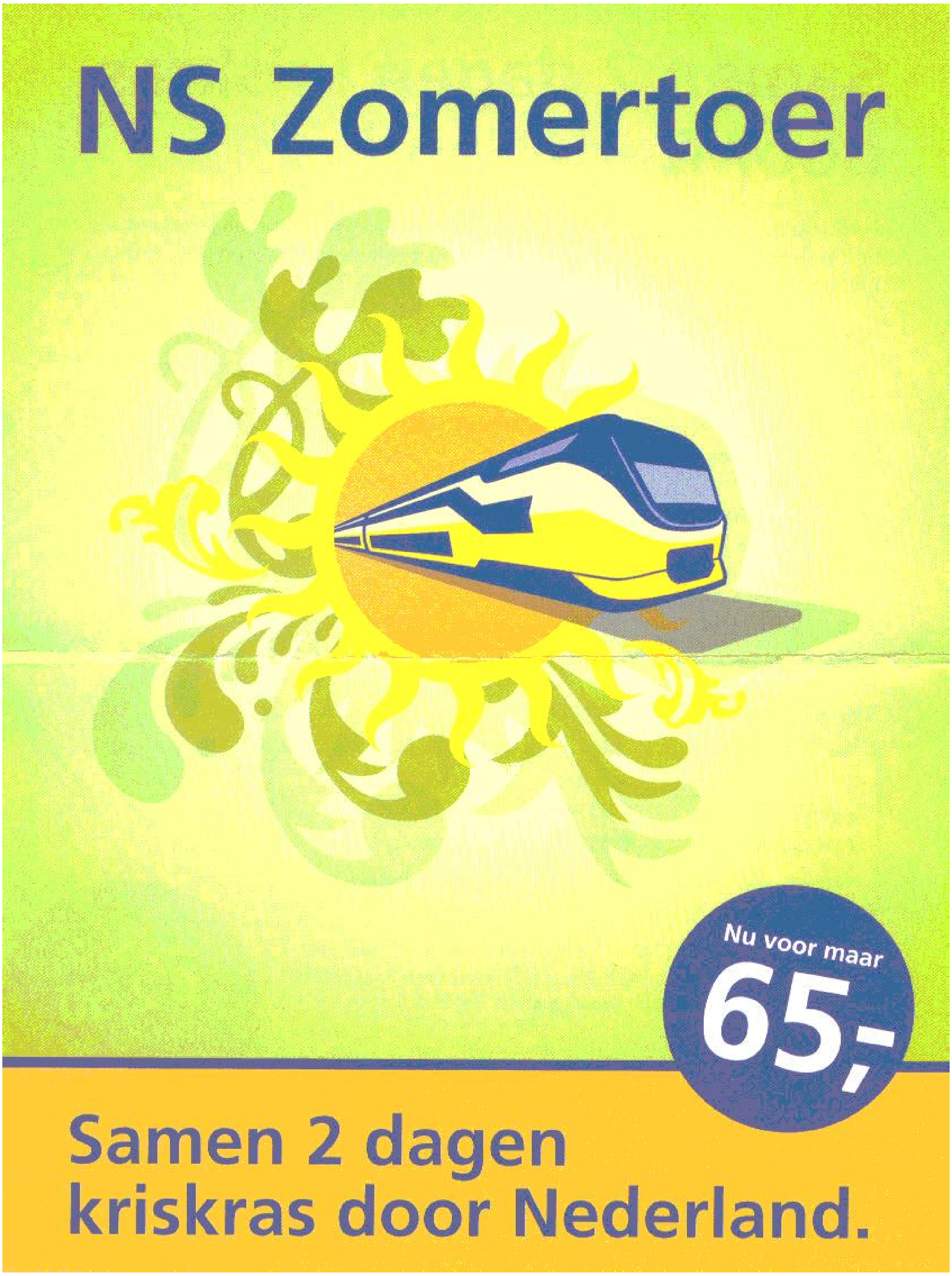
4p **2** Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de horizon. Licht je werkwijze toe.

De werkelijke hoogte van de trein op de flyer is 4,67 meter.
In de tekening van de trein op de flyer is uitgegaan van een bepaalde ooghoogte van waaraf de trein wordt gezien. Deze ooghoogte is als het ware de hoogte waarop het oog van de ontwerper van de flyer zich bevond toen hij de tekening van de trein op de flyer maakte.

3p **3** Onderzoek of deze ooghoogte groter of kleiner is dan de helft van de werkelijke hoogte van de trein. Licht je antwoord toe met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage.

Bijlage bij Trein

vragen 1, 2 en 3



Vakanties

In het najaar van 2003 is een enquête gehouden onder 3000 Nederlanders waarin gevraagd werd op welke wijze zij hun vakantie hadden geboekt in de jaren 2002 en 2003. Men onderscheidde daarbij drie mogelijkheden:

- boeken via reisbureau;
- boeken via internet;
- boeken op een andere manier.

In de tabel zijn enkele resultaten uit deze enquête weergegeven.

tabel
Vakantieboekingen

manier van boeken in 2002	**aantal boekingen in 2002**	**overgangspercentages naar manier van boeken in 2003**		
		reisbureau	internet	anders
reisbureau	1200	70%	24%	6%
internet	940	5%	90%	5%
anders	860	20%	30%	50%

Uit de tabel kun je bijvoorbeeld aflezen dat 24% van de mensen die in 2002 hun vakantie via een reisbureau hadden geboekt, dit in 2003 via internet deden. En ook dat 90% van de mensen die in 2002 via internet hadden geboekt, dit in 2003 weer deden.

Het aantal geënquêteerden dat via internet de vakantie had geboekt, was in 2003 groter dan in 2002.

4p **1** Bereken met hoeveel procent dit aantal was toegenomen.

Niet alleen bij de 3000 geënquêteerden nam het aantal internetboekingen toe, ook landelijk was dit het geval. Uit het onderzoek ‘Consumer’s Choice of Channels’ van Deloitte bleek namelijk dat in 2004 in Nederland de helft van alle reizen via internet was geboekt. In 2003 was dit nog maar 35%.
Mede op grond van deze uitkomsten heeft men een formule opgesteld, die het percentage internetboekingen goed benadert. Deze formule ziet er als volgt uit:

$$P(t) = \frac{222}{3 + 43 \cdot (0,43)^t}$$

In deze formule is t in jaren, waarbij $t = 0$ correspondeert met het jaar 2000. P is het percentage van alle vakanties dat in dat jaar is geboekt via internet.

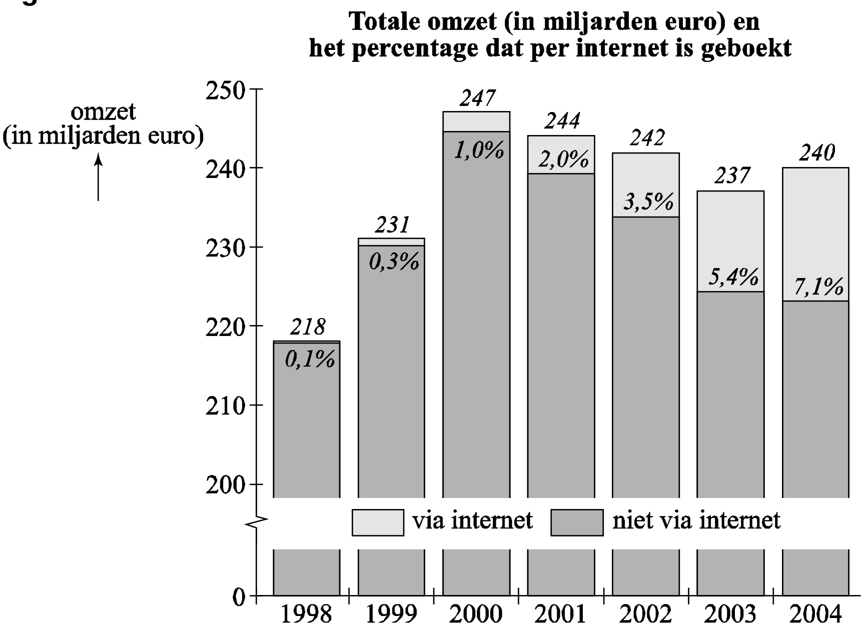
3p **2** Beredeneer met behulp van de formule voor P hoeveel procent van de vakanties volgens deze formule op den duur via internet zal worden geboekt.

De grafiek van P stijgt steeds minder snel voor waarden van t die groter zijn dan 5.
We zeggen dat het aantal internetboekingen in een kalenderjaar niet noemenswaardig meer stijgt wanneer het percentage P in dat kalenderjaar minder dan 1 is toegenomen vergeleken met het voorafgaande jaar.

4p **3** Bepaal in welk jaar het aantal internetboekingen voor het eerst niet noemenswaardig meer stijgt.

Niet alleen in Nederland is onderzoek gedaan naar de manier waarop een vakantie wordt geboekt. Uit een ander onderzoek is onderstaande figuur afkomstig. Deze figuur heeft betrekking op de totale omzet van de Europese reisindustrie.

figuur



In de figuur kun je de jaarlijkse omzet van de totale Europese reisindustrie aflezen voor de jaren 1998 tot en met 2004. Zo zie je bijvoorbeeld dat in het jaar 2000 de omzet 247 miljard euro was, waarvan 1,0% afkomstig was van boekingen via internet.
Met behulp van de figuur kunnen we voor 2001, 2002, 2003 en 2004 de omzet berekenen van de reizen die geboekt zijn via internet. Die omzet is ieder jaar toegenomen.

5p **4** Laat zien dat deze omzet in de periode 2001-2004 niet exponentieel is toegenomen.

Verhoudingen

In de wiskunde is de volgende rij getallen erg bekend:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …

Deze rij getallen staat bekend als de rij van Fibonacci (Pisa, 1170-1250). Elk getal in deze rij is te berekenen door de twee voorgaande getallen op te tellen. In formulevorm ziet dit er als volgt uit:

$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ met $u_1 = 1$ en $u_2 = 1$

Je kunt dit eenvoudig narekenen bij het begin van de rij:

2 = 1 + 1
3 = 2 + 1
5 = 3 + 2
8 = 5 + 3
enzovoort.

Het is duidelijk dat de getallen in de rij van Fibonacci steeds groter worden.

4p **1** Bereken hoeveel getallen in de rij van Fibonacci een waarde hebben tussen 100 en 500.

De rij van Fibonacci heeft veel bijzondere eigenschappen. Zo heeft de rij die je krijgt door steeds de verhouding van twee opeenvolgende getallen uit de rij van Fibonacci te nemen een grenswaarde G. Het gaat dan om de rij $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}$ enzovoort. De waarde van deze breuken is op den duur ongeveer gelijk aan 1,618. Vanaf een zeker moment ligt deze verhouding tussen 1,6180 en 1,6181.
Deze grenswaarde G is, met name in de kunst, bekend geworden als de **gulden snede.**

4p **2** Bereken vanaf welk tweetal opeenvolgende getallen in de rij van Fibonacci de verhouding ligt tussen 1,6180 en 1,6181.

In de 19e eeuw deed Fechner onderzoek naar de esthetische waarde die door velen aan de gulden snede wordt toegekend. Hij liet een aantal mensen rechthoeken zien waarvan de verhouding tussen de lengte en de breedte telkens verschillend was. Aan deze mensen werd gevraagd welke rechthoek zij het mooist vonden. Uit het onderzoek bleek dat rechthoeken waarvan de verhouding van de lengte en de breedte ongeveer de gulden snede opleverde, het meest werden uitgekozen.

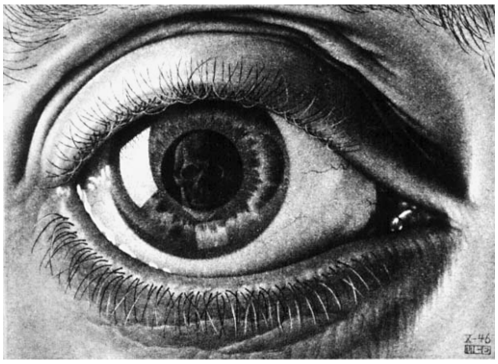
Mede op grond van deze resultaten stelde Petrov een formule op waarmee hij deze voorkeur wilde uitdrukken in een getal. Hij noemde dit de **appreciatiewaarde** A van de rechthoek en kwam met de volgende formule:

$$A = \left(\frac{1}{v} - 1\right) \cdot \log\left(1 - \frac{1}{v}\right)$$

In deze formule is v de verhouding tussen de langste zijde en de kortste zijde van de rechthoek, dus $v = \dfrac{\text{langste zijde}}{\text{kortste zijde}}$.

schilderij

litho



De afmetingen van het schilderij ‘De Nachtwacht’ van Rembrandt van Rijn zijn 363 cm bij 437 cm.
De afmetingen van ‘Oog’, een litho van M.C. Escher, zijn 141 cm bij 198 cm.

3p **3** Bereken welk van deze twee kunstvoorwerpen de grootste appreciatiewaarde heeft volgens de formule van Petrov.

Petrov constateerde dat de verhouding v tussen de langste en de kortste zijde waarbij de appreciatiewaarde maximaal is, maar weinig verschilt van de waarde 1,618 van de gulden snede.

4p **4** Bereken dit verschil.

Correctievoorschrift VWO voorbeeldexamenopgaven vs 6

2011

wiskunde C

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Androgynie-index

1 **maximumscore 3**

- Het opstellen van de vergelijking $0{,}83 = \dfrac{91}{\sqrt{h \cdot 111}}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR (of algebraïsch) kan worden opgelost 1
- De heupmaat is (ongeveer) 108 cm 1

2 **maximumscore 4**

- De juiste volgorde is D-A-C-B 1
- Een toelichting waarbij aan de hand van de formule de androgynie-index van de vier figuren onderling wordt vergeleken 3

Opmerkingen

– *Bij een volgorde waarin slechts één letter op de juiste positie staat, maximaal 1 scorepunt toekennen. Bij twee letters op de juiste positie maximaal 2 scorepunten toekennen.*

– *Als de figuren gesorteerd zijn in volgorde van groot naar klein (dus B-C-A-D) maximaal 1 scorepunt toekennen voor deze vraag.*

3 **maximumscore 3**

- Het maximum bij mannen is $\dfrac{84}{\sqrt{96 \cdot 85}} \approx 0{,}930$ 1
- Het maximum bij vrouwen is $\dfrac{64}{\sqrt{81 \cdot 86}} \approx 0{,}767$ 1
- Het verschil is 0,163 1

Opmerking

In verband met afrondingen en de al dan niet strikte interpretatie van het begrip 'tussen' kunnen de maten die in de formules ingevuld moeten worden, afwijken van de hierboven genoemde. Wel dient er dan consequent afgeweken te worden.

4 **maximumscore 3**

- Het inzicht dat *androgynie-index* en *taille-heup-verhouding* ‘alleen’ van elkaar verschillen in de noemer 1
- Als de *androgynie-index* gelijk is aan de *taille-heup-verhouding* dan moet gelden dat $\sqrt{h \times b} = h$ 1
- Dat laatste geldt in zijn algemeenheid als $b = h$ 1

Opmerking
Als alleen met een of meer getallenvoorbeelden wordt nagegaan dat androgynie-index en taille-heup-verhouding gelijk zijn wanneer b = h, hiervoor maximaal 2 scorepunten toekennen.

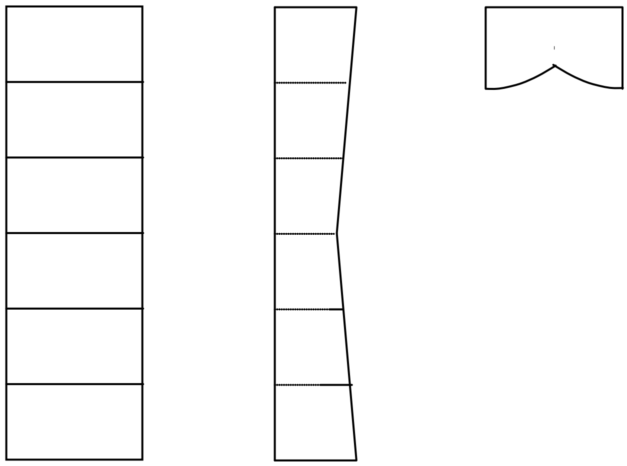
Vraag	Antwoord	Scores

Bratkakasten

1 maximumscore 5

- In de aanzichten gebruik maken van de juiste verhoudingen 1
- Een tekening van het zijaanzicht op de juiste schaal 2
- Een tekening van het bovenaanzicht op de juiste schaal 2

Voorbeelden van de aanzichten:



Opmerking
Als van de getekende aanzichten alleen de contouren zijn getekend hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

2 maximumscore 3

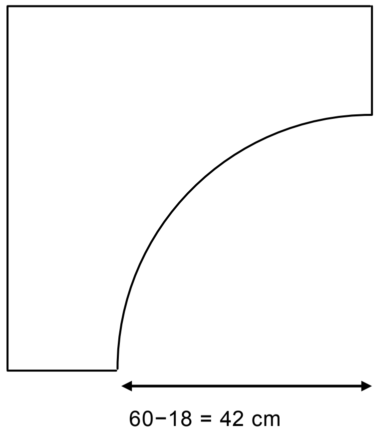
- Een uitleg waarbij verwezen wordt naar het feit dat de voorkant van de kast een symmetriepunt (en door dat punt een horizontale draaias) heeft 2
- De conclusie dat Leon gelijk heeft 1

3 maximumscore 3

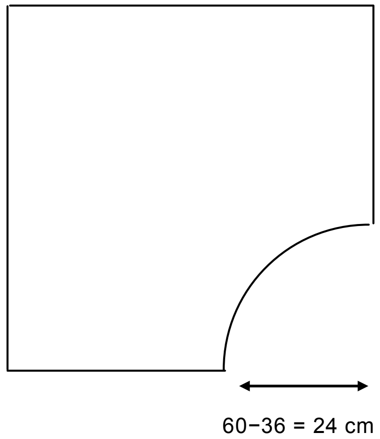
- Een toelichting waarbij na het tekenen van minstens 3 lijnen een passende conclusie wordt getrokken (bijvoorbeeld: er zijn 3 lijnen langs de achterkanten van de planken getekend en deze gaan wel / niet door een punt , dus het zou wel / niet een perspectieftekening kunnen zijn)

4 **maximumscore 6**

- Het inzicht dat de uitgangsvorm van zowel bovenkant als onderkant van de hoekkast een vierkant is (van 60 cm bij 60 cm) waar een kwartcirkel aan ontbreekt 1
- De bovenkant is aan de zijkant 18 cm breed 1
- Omrekenen van de afmetingen naar een passende schaal 1
- Een tekening op schaal van de bovenkant: 1



- De bovenkant is aan de zijkant 36 cm breed 1
- Een tekening op schaal van de onderkant: 1



Controle bij nieuwbouw

1 maximumscore 4

- In 2002 waren er (ongeveer) 17 000 nieuwbouwwoningen 1
- In 2004 waren er (ongeveer) 14 800 nieuwbouwwoningen 1
- De toename is $\frac{17000-14800}{14800}\cdot 100\%$ (of: de groeifactor is $\frac{17000}{14800}\approx 1,15$) 1
- Het antwoord: (ongeveer) 15% 1

Opmerking
De afgelezen waarde bij 2004 mag variëren van 14 750 tot 14 900.

2 maximumscore 3

- Twee keer zo duur betekent een kostprijs van 2 miljoen euro 1
- Aflezen dat bij 2 miljoen de controletijd ongeveer 76 uren is 1
- Dat is $\frac{76}{50}=1,52$ (of ongeveer 1,5) keer zo groot 1

Opmerking
De afgelezen waarde bij 2 miljoen mag maximaal 1 uur afwijken van 76.

3 maximumscore 3

- In de formule voor K de waarde 50 invullen 1
- Het antwoord: (ongeveer) 427 (uur) 2

4 maximumscore 3

- De vergelijking $950=\left(1,544+0,245\cdot\log K\right)^9$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe de vergelijking algebraïsch of met de GR kan worden opgelost 1
- Het antwoord: (ongeveer) 276 (miljoen euro) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Eerlijk stemmen?

1 maximumscore 2

- In elk kiesdistrict wint dan de conservatieve kandidaat 1
- De Conservatieven behalen dan alle zetels, dus 650 1

2 maximumscore 4

- In de noordelijke districten 225 zetels en in de zuidelijke districten 0 zetels, dus in totaal 225 zetels 1
- Dit is $\frac{225}{650} \approx 35$ procent van de parlementaire zetels 1
- $\frac{225 \cdot 85 + 425 \cdot 40}{650} = \frac{36125}{650} \approx 56$ procent van alle uitgebrachte stemmen 2

3 maximumscore 4

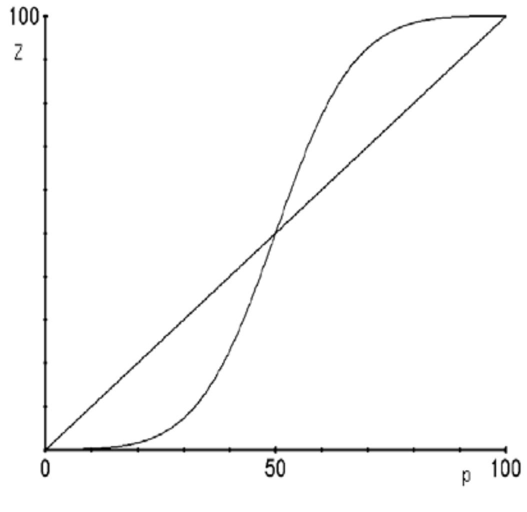
- Het minimaal nodige is 51% van de stemmen in 326 kiesdistricten (en verder 0% in de overige 324 kiesdistricten) 2
- Dan heb je $\frac{326 \cdot 51 + 324 \cdot 0}{650} = \frac{16\,626}{650} \approx 26$ procent van alle uitgebrachte stemmen 2

4 maximumscore 3

- p = 60 geeft q = 40 1
- De verhouding in zetels is dan $60^3 : 40^3 = 216 : 64$ 1
- Dit geeft (bij p = 60) $\frac{216}{280} \cdot 100 \approx 77$ procent van de zetels 1

5 maximumscore 3

- De grafiek is een rechte lijn door de punten (0, 0) en (100, 100) 1
- Het tekenen van de grafiek 2



6	**maximumscore 4**	
	• $p = 50$ geeft een verhouding 1 : 1 en dus $Z = 50$	1
	• Beschrijven van het gevolg van een kleine toename van p: $p = 51$ geeft een verhouding 53 : 47 (of nauwkeuriger) en dus $Z = 53$ (dus 1 % verschuiving van stemmen geeft een zetelverschuiving van ongeveer 20 zetels)	2
	• De conclusie dat een klein verschil in (percentage) stemmen een relatief groot verschil in zetels geeft	1
	of	
	• Bij klein verschil zal het percentage p rond de 50 zitten. Een procent meer of minder (van de stemmen) maakt dan volgens de Derde-Machts-Wet relatief een groot verschil in zetels	2
	• Dit is in de bij vraag 5 getekende figuur te zien, de grafieken lopen rond het snijpunt al snel vrij ver van elkaar af	2

Vraag	Antwoord	Scores

Groenbelegging

1 **maximumscore 3**

- Een boom van 8 jaar levert (ongeveer) 0,0131 m^3 hout — 1
- Een boom van 15 jaar levert (ongeveer) 0,0324 m^3 hout — 1
- Het verschil is 0,019 (m^3) — 1

Opmerking
Als zowel bij een boom van 8 jaar als bij een boom van 15 jaar met de gegeven formule gerekend is met een stamdiameter in centimeters in plaats van meters, hiervoor in totaal 1 scorepunt in mindering brengen.

2 **maximumscore 5**

- $M(8) \approx 0{,}0131$; $M(15) \approx 0{,}0324$ en $M(20) \approx 0{,}0635$ — 2
- $M(8) \cdot 1{,}14^7 \approx 0{,}0328$ — 1
- $M(8) \cdot 1{,}14^{12} \approx 0{,}0631$ (of $M(15) \cdot 1{,}14^5 \approx 0{,}0624$) — 1
- 0,0328 respectievelijk 0,0631 komen (ongeveer) overeen met $M(15)$ respectievelijk $M(20)$ — 1

of

- $\dfrac{M(15)}{M(8)} \approx \dfrac{0{,}0324}{0{,}0131} \approx 2{,}47$ — 1
- $2{,}47^{\frac{1}{7}} \approx 1{,}14$ — 1
- $\dfrac{M(20)}{M(15)} \approx \dfrac{0{,}0635}{0{,}0324} \approx 1{,}96$ — 1
- $1{,}96^{\frac{1}{5}} \approx 1{,}14$ — 1
- De groeifactor 1,14 per jaar komt overeen met 14% groei per jaar — 1

Opmerking
Als zowel bij vraag 1 als 2 (en 3) gerekend is met een stamdiameter in centimeters in plaats van meters, hiervoor bij vraag 2 (en 3) geen scorepunten in mindering brengen.

3 **maximumscore 6**

- De spaarrekening levert $5000 \cdot 1{,}08^{20} \approx 23\,300$ euro op — 1
- De houtopbrengst na 8 jaar is (ongeveer) $0{,}013 \cdot 200 \cdot 600 = 1560$ euro — 1
- De houtopbrengst na 15 jaar is (ongeveer) $0{,}032 \cdot 300 \cdot 600 = 5760$ euro — 1
- De houtopbrengst na 20 jaar is (ongeveer) $0{,}063 \cdot 460 \cdot 600 = 17\,388$ euro — 1
- De totale houtopbrengst is naar verwachting ten minste gelijk aan ongeveer 24 700 euro — 1
- Dat is ongeveer 1400 euro meer (of 1600 zonder tussentijds afronden) — 1

Hoedje-van-papier

1 maximumscore 3

- De rechthoek meet (ongeveer) 36 bij 25 mm — 1
- Aangetoond moet worden dat 36 : 25 ≈ 119 : 84 — 1
- $\frac{36}{25}=1,44$ en 119 : 84 ≈ 1,42, dus bij benadering de juiste verhouding — 1

2 maximumscore 3

- De tweede rechthoek is 59,5 bij 84 cm — 1
- Een omgevouwen driehoek heeft rechthoekszijde 42 cm — 1
- De breedte van de rand is 59,5 − 42 = 17,5 cm — 1

3 maximumscore 5

- De omtrek van de rand van het hoedje van de zoon moet half zo groot zijn als de omtrek van de rand van het hoedje van vader — 1
- De oppervlakte van een half vel A0-papier is half zo groot als van een heel vel, dus zijn de zijden $\sqrt{\frac{1}{2}}\approx 0,71$ keer zo groot als van een heel vel — 2
- De afmetingen van een goed passend hoedje voor de zoon zijn dus ook 0,71 keer zo groot — 1
- Een passende conclusie — 1

of

- Een half vel A0-papier is 84 bij 59,5 (cm) — 1
- Dit levert een hoedje met breedte 59,5 (cm) — 1
- De omtrek van de rand van het hoedje van de zoon moet half zo groot zijn als de omtrek van de rand van het hoedje van vader — 1
- De omtrek van de rand van het hoedje van de zoon is 59,5 : 84 ≈ 0,71 keer zo groot — 1
- Een passende conclusie — 1

4 maximumscore 4

- De afmetingen van de tweede rechthoek zijn nu 42 bij 119 (cm) — 1
- Een uitleg waaruit blijkt dat de breedte van de rand nu 17,5 (cm) is — 2
- Het nieuwe hoedje heeft dezelfde afmetingen als het vorige hoedje — 1

Isoleerkan

1 maximumscore 3

- Het antwoord kan uit de grafiek worden gevonden door gebruik te maken van de temperatuur 80 °C — 1
- Bij de temperatuur 80 °C hoort een tijdsduur van (ongeveer) 6 uur — 1
- De koffie blijft dan nog 24 − 6 = 18 uur warm (of nauwkeuriger) — 1

2 maximumscore 3

- Het temperatuurverschil met de omgeving verandert in 24 uur van 95 − 20 = 75 °C naar 50 − 20 = 30 °C — 2
- De groeifactor per 24 uur is dan $\frac{30}{75} = 0,4$ — 1

3 maximumscore 1

- Per 48 uur is de groeifactor van het temperatuurverschil $0,4^2$ — 1
- Dit geeft een verschil van $0,4^2 \cdot 75 = 12$ °C — 1
- De temperatuur na 48 uur is dan 20 + 12 = 32 °C — 1

4 maximumscore 4

- De groeifactor per 16 uur is $(0,4)^{\frac{16}{24}} \approx 0,543$ — 2
- Het temperatuurverschil met de omgeving na 16 uur is $(0,4)^{\frac{16}{24}} \cdot 75 \approx 40,7$ °C — 1
- De koffietemperatuur is dan $40,7 + 20 = 60,7$ ° C — 1

5 maximumscore 4

- Bij een inschenktemperatuur van (bijvoorbeeld) 95 °C moet het temperatuurverschil $\frac{1}{2} \cdot (95 - 20) = 37,5$ graden zijn — 2
- De temperatuur is dan dus 20 + 37,5 = 57,5 °C — 1
- In de grafiek aflezen dat dat (ruim) na 18 uur is (dus de halveringstijd is ongeveer 18 uur) — 1

of

- Gevraagd wordt de tijdsduur *t* waarvoor geldt dat $0,4^t = 0,5$ — 1
- Beschrijven hoe hieruit de waarde van *t* gevonden kan worden — 1
- $t \approx 0,76$ (of nauwkeuriger) — 1
- De halveringstijd is 24 · 0,76 ≈ 18 (uur) — 1

6 maximumscore 4

- Een vloeiende schets van de (stijgende) grafiek — 2
- Een toelichting, waarbij aan de hand van het berekenen van (minstens) een tussenpunt de vorm van de grafiek wordt verklaard — 2

Misdrijven

1 maximumscore 4

- Iedere 47 seconden wordt er een fiets gestolen 1
- Het aantal seconden in een schrikkeljaar: $366 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 31\,622\,400$ 2
- Het aantal gestolen fietsen is $\frac{31\,622\,400}{47}$ en dat is ongeveer 670 000 1

2 maximumscore 3

een uitleg als:

- Een kleiner getal betekent dat per tijdseenheid (uur, dag of jaar) meer misdrijven plaatsvinden 2
- Bij een kleiner getal hoort dus een groter aantal misdrijven per jaar en staat een langere staaf 1

3 maximumscore 4

- Het aantal overige diefstallen is 510 039 1
- Het aantal diefstallen uit auto is 247 050 1
- Totaal: 672 817 + 510 039 + 247 050 = 1 429 906 1
- Dat is één diefstal per $\frac{(366 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)}{1\,429\,906} \approx 22$ seconden (dus 22) 1

Opmerking
Als in plaats van de getallen 672 817, 510 039 en 247 050 de getallen 670 000, 510 000 en 250 000 zijn gebruikt, hiervoor geen scorepunten aftrekken.

4 maximumscore 4

- Het aantal geldboetes via rechtszaal: $0{,}39 \cdot 123\,200 = 48\,048$ 2
- Totaal aantal geldboetes: 48 048 + 62 200 = 110 248 1
- Dat is $\frac{110\,248}{242\,100} \cdot 100 \approx 46\%$ 1

5 maximumscore 5

- $50\,000 . g^6 = 62\,200$ 1
- $g^6 = 1{,}244$ 1
- $g = (1{,}244)^{\frac{1}{6}}$ 1
- $g \approx 1{,}04$ (of nauwkeuriger) 1
- Het gevraagde percentage is 4 (of nauwkeuriger) 1

Enquête

1 maximumscore 3

- Bij elke vraag zijn 2 antwoordmogelijkheden 1
- Er zijn 3 vragen, dus $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ mogelijkheden 2

2 maximumscore 4

- Het juist plaatsen in het diagram van de Romeinse cijfers I, III, IX en XI 2
- $N_A + N_{B+} N_C = 6 + 6 + 8 = 20$ (en dat is groter dan 12) 2

3 maximumscore 3

- Een voorbeeld van een antwoordenlijst zoals hieronder 3

persoon	vraag *A*	vraag *B*	vraag *C*
I	*j*	*n*	*n*
II	*j*	*n*	*n*
III	*j*	*n*	*n*
IV	*n*	*j*	*n*
V	*n*	*j*	*n*
VI	*n*	*j*	*n*
VII	*n*	*n*	*j*
VIII	*n*	*n*	*j*
IX	*n*	*n*	*j*
IX	*j*	*j*	*j*
XI	*j*	*j*	*j*
XII	*j*	*j*	*j*

of

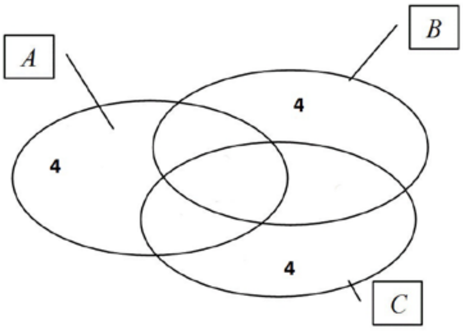
persoon	vraag *A*	vraag *B*	vraag *C*
I	*j*	*n*	*n*
II	*j*	*n*	*n*
III	*n*	*j*	*n*
IV	*n*	*j*	*n*
V	*n*	*n*	*j*
VI	*n*	*n*	*j*
VII	*j*	*j*	*n*
VIII	*j*	*j*	*n*
IX	*j*	*n*	*j*
IX	*j*	*n*	*j*
XI	*n*	*j*	*j*
XII	*n*	*j*	*j*

4 maximumscore 4

- In geen enkele doorsnede van de kringen mag een persoon komen te staan 1
- Dan moeten alle antwoorden *jnn*, *njn* of *nnj* zijn 3

of

- In geen enkele doorsnede van de kringen mag een persoon komen te staan 1
- Een diagram waarin de juiste aantallen personen op de juiste plaats zijn weergegeven (zoals hieronder) 3



Ons kent ons

1	**maximumscore 2**	
	• Nee, want geen enkel lid van de Carnavalsvereniging is geheelonthouder (2e gegeven)	2
2	**maximumscore 4**	
	• Er is een Mercedesbezitter die lid is van de Carnavalsvereniging (1e gegeven) en die is dan (op grond van het 2e gegeven) geen geheelonthouder	2
	• Alle geheelonthouders hebben een Mercedes (4e gegeven); er is een winkelier die geheelonthouder is (3e gegeven), en dus is er een winkelier die een Mercedes heeft	2
3	**maximumscore 3**	
	• We weten dat er een Mercedesbezitter is die winkelier is en dat er een Mercedesbezitter is die lid is van de Carnavalsvereniging	1
	• Dat kan niet dezelfde persoon zijn	1
	• Daarom kun je niet weten of er een winkelier is die lid is van de Carnavalsvereniging	1
	of	
	• Als er maar één winkelier is, kan hij geen lid zijn van de Carnavalsvereniging	1
	• Als er nog een andere winkelier is die geen geheelonthouder is, kan hij lid zijn van de Carnavalsvereniging	1
	• Daarom kun je niet weten of er een winkelier is die lid is van de Carnavalsvereniging	1
4	**maximumscore 5**	
	• Op grond van het 1e gegeven is er een lid is van de Carnavalsvereniging met een Mercedes	1
	• Op grond van het 2e gegeven is deze persoon geen geheelonthouder	1
	• Op grond van het 3e gegeven is er een tweede dorpeling, namelijk een winkelier die geheelonthouder is	1
	• De winkelier die geheelonthouder is (zie het 3e gegeven) heeft op grond van het 4e gegeven een Mercedes, het 4e gegeven voegt dus geen nieuwe mensen toe	1
	• Het kleinst mogelijke aantal dorpelingen is dus 2	1

Overdekbare rechthoeken

1 **maximumscore 4**

- Een uitleg waarbij wordt duidelijk gemaakt dat rechthoek II en rechthoek V elkaar niet geheel kunnen overdekken (bijvoorbeeld door een plaatje) 2
- Een van de volgende tweetallen:
  I en III, I en V, II en III, III en IV, III en V, IV en V 2

2 **maximumscore 4**

De mogelijkheden zijn: 7×1 , 7×2 , 6×1 , 6×2 , 4×4 4

Opmerking
Per vergeten of verkeerde mogelijkheid 1 scorepunt in mindering brengen.

3 **maximumscore 4**

- De mogelijkheden zijn: 36×1 , 18×2 , 12×3 , 9×4 , 6×6 2
- Een uitleg waaruit blijkt dat deze rechthoeken niet onderling overdekbaar zijn (door alle mogelijkheden na te lopen, of een uitleg in algemene termen te geven) 2

Opmerking
Per vergeten of verkeerde mogelijkheid 1 scorepunt in mindering brengen.

4 **maximumscore 3**

- Een aanpak waarbij voor A, B en C verschillende rechthoeken worden gekozen die voldoen aan de eerste regel van de bewering van Leon 1
- Een keuze als volgt:
  A : 3×1-rechthoek, B : 3×2-rechthoek, C : 2×2-rechthoek 2

Regelmaat

1 **maximumscore 4**

•	$78 \cdot 0{,}71^{n-1} = 2$	1
•	Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR) kan worden opgelost	1
•	$n \approx 11{,}7$	1
•	Het antwoord: 11 figuurtjes	1

of

•	$78 \cdot 0{,}71^{n} = 2$	1
•	Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR) kan worden opgelost	1
•	$n \approx 10{,}7$	1
•	Figuurtje 0 tot en met 10 dus dat zijn 11 figuurtjes	1

Opmerking
Als het antwoord is gevonden door middel van gericht proberen, hiervoor geen scorepunten aftrekken.

2 **maximumscore 4**

•	De vergelijking $k^2 = 0{,}5$ waarin k de vermenigvuldigingsfactor is	2
•	Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost	1
•	Het antwoord: 0,7071	1

of

•	Een aanpak om met inklemmen de vermenigvuldigingsfactor te vinden	2
•	$0{,}7071^2 \approx 0{,}49999$ en $0{,}7072^2 \approx 0{,}50013$	1
•	Het antwoord: 0,7071	1

3 **maximumscore 3**

•	$2000 = z + z \cdot 0{,}71 + z \cdot 0{,}71^2$	1
•	Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost	1
•	$z \approx 903$ dus het grootste vierkant is (ongeveer) 903 bij 903 mm	1

Opmerking
Als met een nauwkeuriger getal dan 0,71 is gewerkt, hiervoor geen scorepunten aftrekken.

4	**maximumscore 4**	
	• Van de 4 middens van de zijden moeten er 2 gekozen worden	1
	• Dit kan op $\binom{4}{2}$ manieren	1
	• Voor het resterende schuine lijnstukje zijn nog $\binom{4}{1} = 4$ punten beschikbaar	1
	• Er zijn $6 \cdot 4 = 24$ figuurtjes mogelijk	1

Opmerking
Als het antwoord gevonden wordt door de 24 figuurtjes te tekenen, hiervoor geen scorepunten aftrekken. Hierbij per vergeten of verkeerd getekend figuurtje een scorepunt in mindering brengen.

Restzetels

1 maximumscore 4

- $15\,329 + 9080 + 8751 = 33\,160$ — 1
- 33 160 stemmen is minder dan de helft van 67 787 stemmen — 1
- $10 + 5 + 5 = 20$ — 1
- 20 zetels is meer dan de helft van 39 zetels — 1

2 maximumscore 3

- De kiesdeler is $\frac{67\,787}{39}$ — 2
- Het antwoord is 1738,128 — 1

3 maximumscore 5

- PvdA: $\left(\frac{15329}{9} \approx\right) 1703$; CDA: 1573; VVD: 1513; D66: 1459; GroenLinks: 1717; GPV: 1700; CD: 1365; SP: 1549; NCPN: 589; Van Loenen: 1478 en Enschede Nu: 1418 — 4
- De conclusie dat GroenLinks met 1717 het grootste gemiddelde heeft — 1

of

- Uit de tabel blijkt dat alleen de PvdA, CDA, GroenLinks, GPV en SP een restzetel krijgen — 1
- PvdA: $\left(\frac{15329}{9} \approx\right) 1703$; CDA: 1573; GroenLinks: 1717; GPV: 1700; SP: 1549 — 3
- De conclusie dat GroenLinks met 1717 het grootste gemiddelde heeft — 1

Opmerkingen

– *Als de gemiddelde aantallen stemmen per zetel in decimalen zijn gegeven, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*
– *Als er als gevolg van structureel ‘afronden naar beneden’ andere gehele getallen als gemiddelde aantallen stemmen per zetel gegeven worden, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*
– *Voor ieder fout gemiddeld aantal stemmen per zetel 1 scorepunt in mindering brengen.*
– *Voor ieder niet beargumenteerd en tevens niet vermeld gemiddeld aantal stemmen per zetel 1 scorepunt in mindering brengen.*

Vraag	Antwoord	Scores

4 **maximumscore 5**

- Het inzicht dat de ongelijkheid $\frac{15329-x}{10}<\frac{9080+x}{6}$ moet worden opgelost 2
- Beschrijven hoe de oplossing (bijvoorbeeld met behulp van de GR) kan worden gevonden 1
- Het antwoord: 74 2

of

- Via een inklemmethode berekenen dat bijvoorbeeld bij 50 mensen het gemiddelde aantal stemmen per zetel bij de PvdA (ongeveer) 1528 is en bij de VVD (ongeveer) 1522 1
- Vervolgens is bijvoorbeeld bij 80 mensen het gemiddelde aantal stemmen per zetel bij de PvdA (ongeveer) 1525 en bij de VVD (ongeveer) 1527 1
- Bij 74 mensen is het gemiddelde aantal stemmen per zetel bij de PvdA 1525,5 en bij de VVD (ongeveer) 1525,7 1
- Bij 73 mensen is het gemiddelde aantal stemmen per zetel bij de PvdA 1525,6 en bij de VVD 1525,5 1
- Het antwoord: 74 1

Spannend

1 maximumscore 4

- $V_N \wedge \neg V_P$ beschrijven als “NEC verliest en Ajax wint niet” 1
- $G_N \wedge W_P$ beschrijven als “NEC speelt gelijk en PSV verliest niet” 1
- Dit combineren tot een beschrijving als “Als NEC verliest en Ajax wint niet of NEC speelt gelijk en PSV verliest niet, dan wordt PSV kampioen” 2

2 maximumscore 6

- Een toelichting waaruit blijkt dat als NEC won, ook PSV gewonnen moet hebben (en het resultaat van Ajax er niet toe doet), en dat als NEC gelijk speelde, PSV niet verloren heeft OF Ajax gewonnen heeft (de toelichting kan ook impliciet in de tabel terug te vinden zijn) 2
- De correct ingevulde tabel met de 10 mogelijkheden: 4

NEC	PSV	Ajax
W	W	W
W	W	G
W	W	V
G	W	W
G	W	G
G	W	V
G	G	W
G	G	G
G	G	V
G	V	W

Opmerking:
Per vergeten of foutieve mogelijkheid een scorepunt in mindering brengen.

Steeds meer rechthoeken

1 maximumscore 4

- De kortste zijde van de twee rechthoeken samen is 2 — 1
- De zijden van de twee rechthoeken samen verhouden zich dus als 1 : 2 — 1
- De langste zijde is dan $2 \cdot 2 = 4$ — 1
- De witgekleurde rechthoek is dan 2 bij (4 – 1 =) 3 — 1

2 maximumscore 6

- De rechthoek gevormd door ⓪, ① en ② samen heeft afmetingen 4×8 — 1
- Rechthoek ② heeft dus afmetingen 4×6 — 1
- De rechthoek gevormd door ⓪, ①, ② en ③ samen heeft afmetingen 8×16 — 1
- Rechthoek ③ heeft afmetingen 8×12 — 1
- De verhouding van de afmetingen van de rechthoeken ①, ② en ③ is 2 : 3 = 4 : 6 = 8 : 12 — 1
- De drie genoemde rechthoeken zijn gelijkvormig — 1

3 maximumscore 4

- De afmetingen van elke volgende rechthoek zijn het dubbele van de afmetingen van de vorige rechthoek — 1
- Van ① naar ⑧ moet je 7 keer verdubbelen — 1
- De afmetingen van ⑧ zijn $2 \cdot 2^7 = 256$ bij $3 \cdot 2^7 = 384$ — 2

4 maximumscore 4

- De korte zijde van rechthoek met nummer n heeft lengte $2 \cdot 2^{n-1}$ (of 2^n) — 2
- De lange zijde van de rechthoek met nummer n heeft lengte $3 \cdot 2^{n-1}$ (of $1\frac{1}{2} \cdot 2^n$) — 2

5 maximumscore 3

- Van het linker naar het middelste cirkeltje is 12 naar rechts en 6 omhoog, dus de richting(scoëfficiënt) is $\frac{12}{6}$ (=2) — 1
- Van het middelste naar het rechter cirkeltje is 4 naar rechts en 2 omhoog, dus de richting(scoëfficiënt) is $\frac{4}{2}$ (=2) — 1
- De richting(scoëfficiënt)en zijn gelijk, dus de drie punten liggen op één lijn. — 1

Vraag	Antwoord	Scores

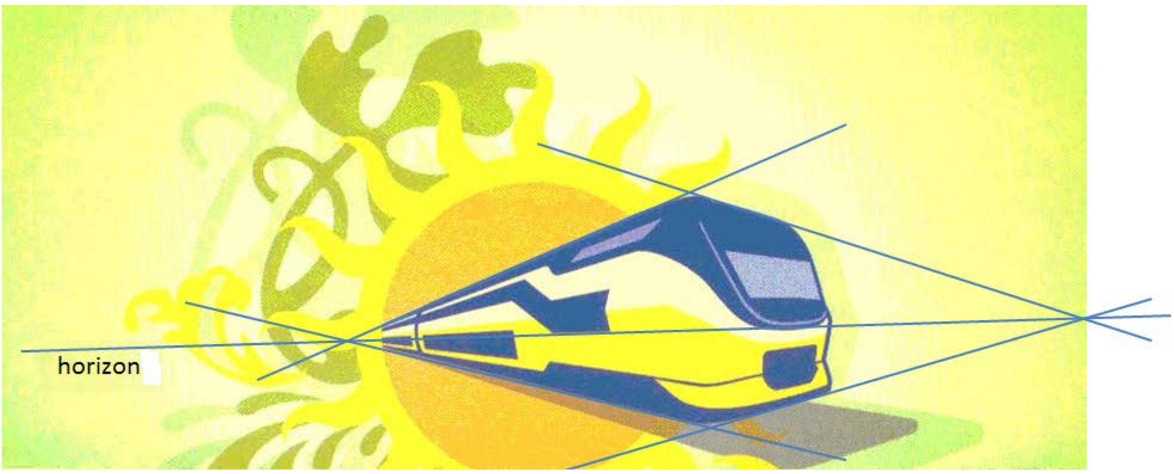
Trein

1 maximumscore 4

- Om de loop van de zonnestralen weer te geven, moeten de hoekpunten van de schaduw en de bijbehorende (bovenste) hoekpunten van de trein op een lijn liggen — 2
- Deze twee lijnen snijden elkaar — 1
- In werkelijkheid zijn zonnestralen evenwijdig, dus kan de getekende schaduw niet de schaduw van de zon zijn — 1

2 maximumscore 4

- De verdwijnpunten worden gevonden door de snijpunten te tekenen van lijnen die in werkelijkheid evenwijdig zijn — 1
- Aangeven van twee verdwijnpunten in de tekening — 2
- Het tekenen van de horizon door de twee verdwijnpunten — 1



3 **maximumscore 3**

- De hoogte van de horizon is gelijk aan de ooghoogte 1
- De horizon ligt onder de helft van de treinhoogte 1
- Dus de ooghoogte is kleiner dan de helft van de werkelijke hoogte van de trein 1

Opmerking
Als de kandidaat gebruik maakt van de afstand in de tekening van het hoogste punt van de trein tot de horizon en de afstand van het laagste punt van de trein tot de horizon, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vakanties

1 maximumscore 4

- De aantallen internetboekingen zijn respectievelijk 288, 846, 258 — 2
- Dat is samen 1392 — 1
- Het antwoord 48 (%) — 1

2 maximumscore 3

- Er moet gekeken worden naar een grote waarde van t — 1
- Het inzicht dat $43 \cdot (0,43)^t$ naar 0 nadert voor grote waarden van t — 1
- De grenswaarde is dan $\frac{222}{3} = 74\,(\%)$ — 1

3 maximumscore 4

- $P(7) \approx 71{,}23$, $P(8) \approx 72{,}78$, $P(9) \approx 73{,}47$ — 1
- $P(8) - P(7)$ is groter dan 1 — 1
- $P(9) - P(8)$ is kleiner dan 1 — 1
- Het antwoord 2009 — 1

4 maximumscore 5

- De jaarlijkse omzetten zijn respectievelijk (ongeveer) 4,9; 8,5; 12,8 en 17 (miljard) — 2
- De groeifactoren zijn respectievelijk (ongeveer) 1,7; 1,5; 1,3 — 2
- De groeifactoren zijn niet (bij benadering) gelijk, dus er is geen sprake van exponentiële toename — 1

Verhoudingen

1 maximumscore 4

- Het gegeven begin van de rij uitbreiden met 21, 34, 55, 89, … of beschrijven hoe de recurrente betrekking op de GR moet worden ingevoerd 1
- De eerste term die groter is dan 100 is 144 (of u_{12}) 1
- De laatste term die kleiner is dan 500 is 377 (of u_{14}) 1
- Dat zijn dus 3 getallen 1

2 maximumscore 4

- Het uitrekenen van (bijvoorbeeld) $\frac{13}{8} = 1{,}625$; …..; $\frac{89}{55} \approx 1{,}61818$ 1
- $\frac{144}{89} \approx 1{,}61798$ 1
- $\frac{233}{144} \approx 1{,}61806$ 1
- Het antwoord: vanaf de termen 144 en 233 (of vanaf de 12e en 13e term) 1

of

- Het invoeren van de rij $\frac{u_{n+1}}{u_n}$, naast de betrekking voor u_{n+2} , op de GR 1
- $\frac{u_{12}}{u_{11}} \approx 1{,}61798$ 1
- $\frac{u_{13}}{u_{12}} \approx 1{,}61806$ 1
- Het antwoord: vanaf de termen 144 en 233 (of vanaf de 12e en 13e term) 1

3 maximumscore 3

- Voor ‘De Nachtwacht’ is $v \approx 1{,}204$ en dus $A \approx 0{,}131$ 1
- Voor ‘Oog’ is $v \approx 1{,}404$ en dus $A \approx 0{,}156$ 1
- Het antwoord: ‘Oog’ heeft de grootste appreciatiewaarde van beide 1

4 maximumscore 4

- Beschrijven hoe met de GR de bij het maximum van A horende waarde van v gevonden kan worden 2
- $v \approx 1{,}582$ 1
- Het verschil is (ongeveer) 0,04 1